PROBLEMA DEL TRANSPORTE

VRP

(VEHICLE ROUTING PROBLEM)

Contenido

- Entorno.
- Definición VRP.
- Instancia de VRP.
- Formulación con PLE (modelo).
- Ejemplo instancia VRP con PLE.
- Variantes del problema de VRP.
- Técnicas de solución de VRP.
- Conclusiones.

Entorno

Optimización combinatoria

Estudia el modelado y solución algorítmica de problemas donde se busca maximizar o minimizar una función de varias variables definidas sobre un conjunto discreto [Papadimitriou]

Entorno

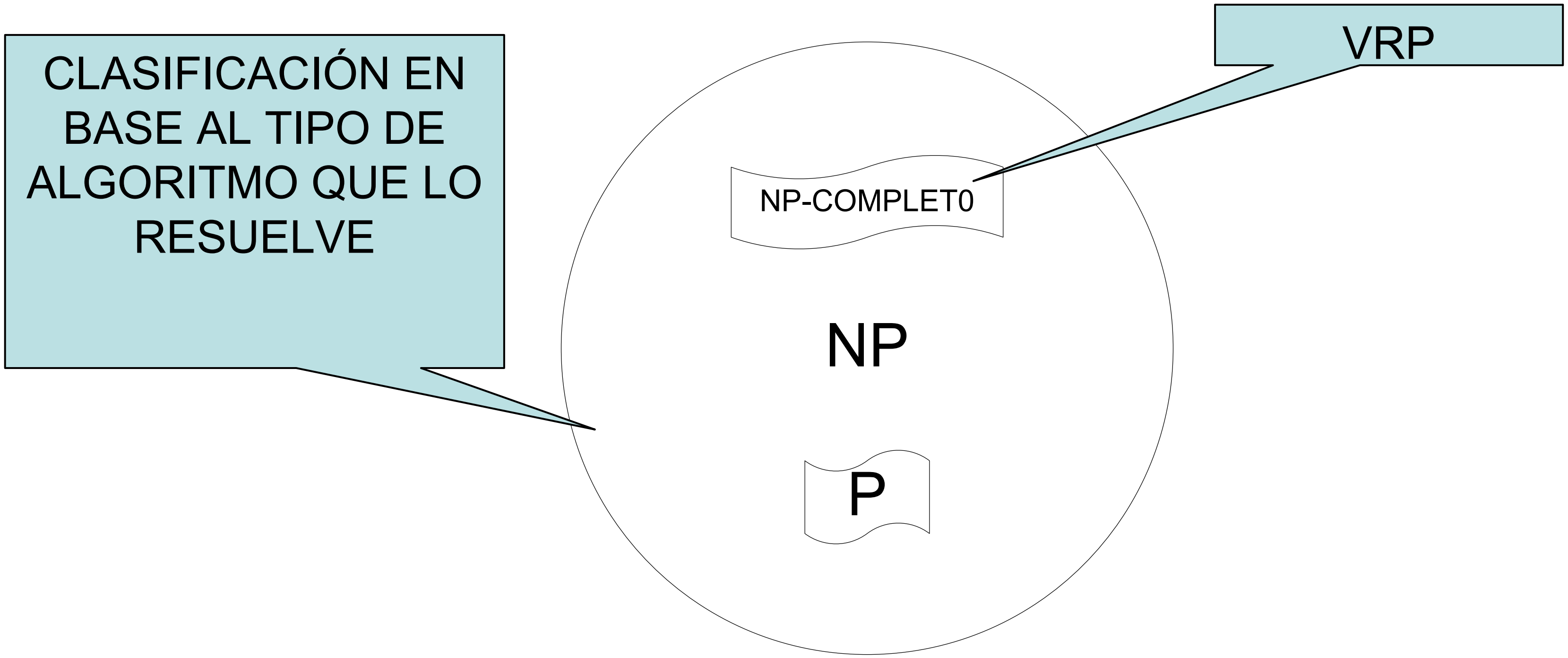
Aplicaciones de Optimización Combinatoria

- Industria, logística y ciencia.
- Ingeniería y administración de empresas.
- *Ruteo y carga de vehículos en redes de distribución.*
- Diseño de redes de telecomunicaciones.
- Planificación de la producción.
- Asignación de tripulación en líneas aéreas.
- Planificación de la generación de la electricidad.

Complejidad VRP

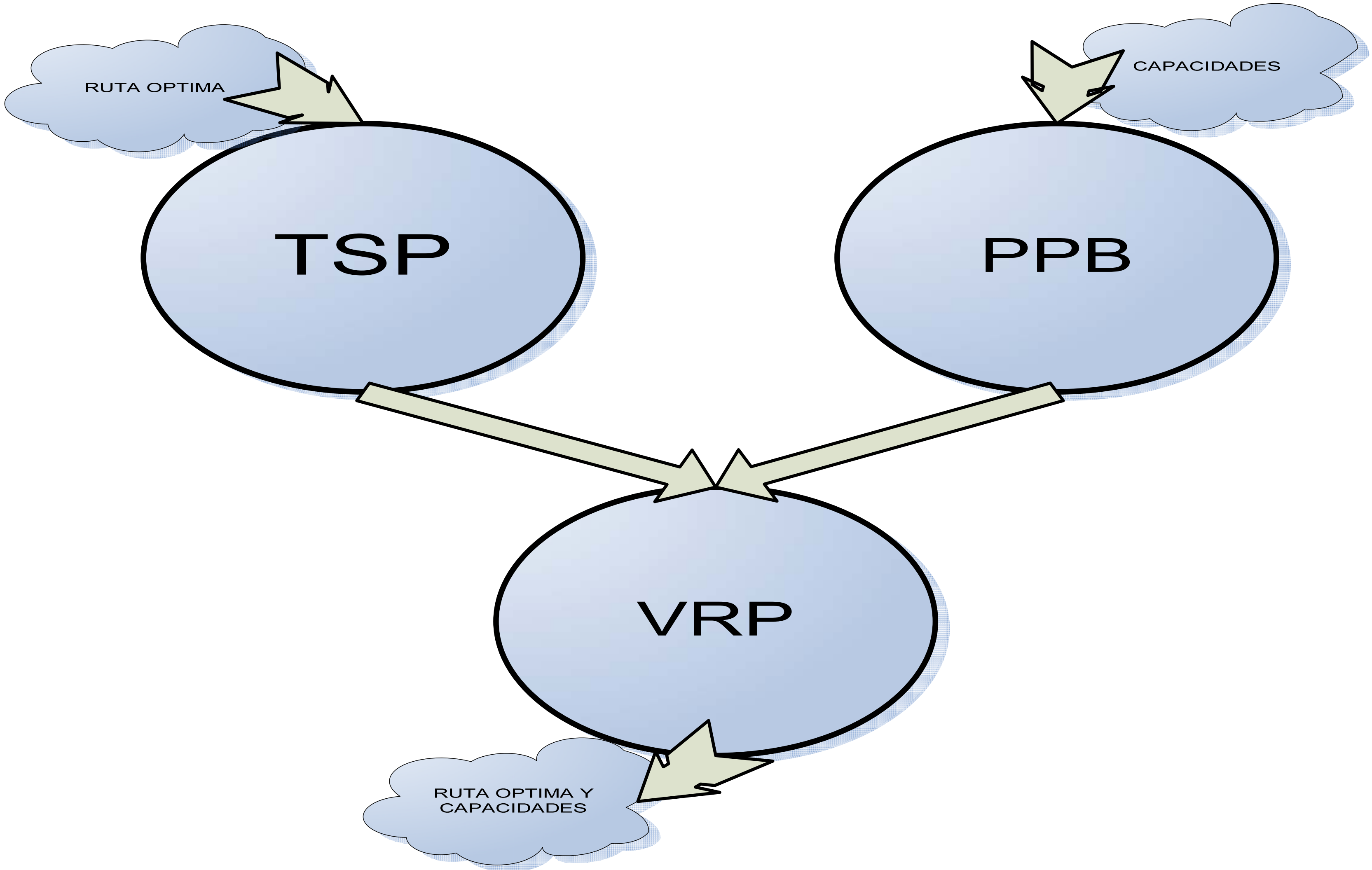
El problema del transporte (**VRP**) se encuentra dentro de la denominada clase de **problemas NP-completos** (el esfuerzo por encontrar una solución óptima crece de manera exponencial con el tamaño del problema).

Teoría de complejidad



Definición VRP

Antecedentes VRP



Definición VRP

Definición general del VRP

El problema del transporte (VRP) es un nombre genérico aplicado a una clase de problemas en los que ***debe determinarse un conjunto de rutas para una flota de vehículos que parten de uno o más depósitos o almacenes para satisfacer la demanda de varios clientes dispersos geográficamente [Dantzing]***.

Variables involucradas en el planteamiento de una instancia del problema VRP

- Cantidad de los clientes.
- Localización de los clientes.
- Centros de distribución.
- Capacidad de vehículos.
- Demandas de los clientes.
- Tiempo de transportación.
- Costo de transportación.
- Descripción de las vías de transporte.

Parámetros VRP

- **Visitas**. Entregas o recolección de paquetes.
- **Depósitos**. Donde comienzan todas las rutas y donde terminan.
- **Localizaciones** geográficas tiempo/distancia origen-destino.

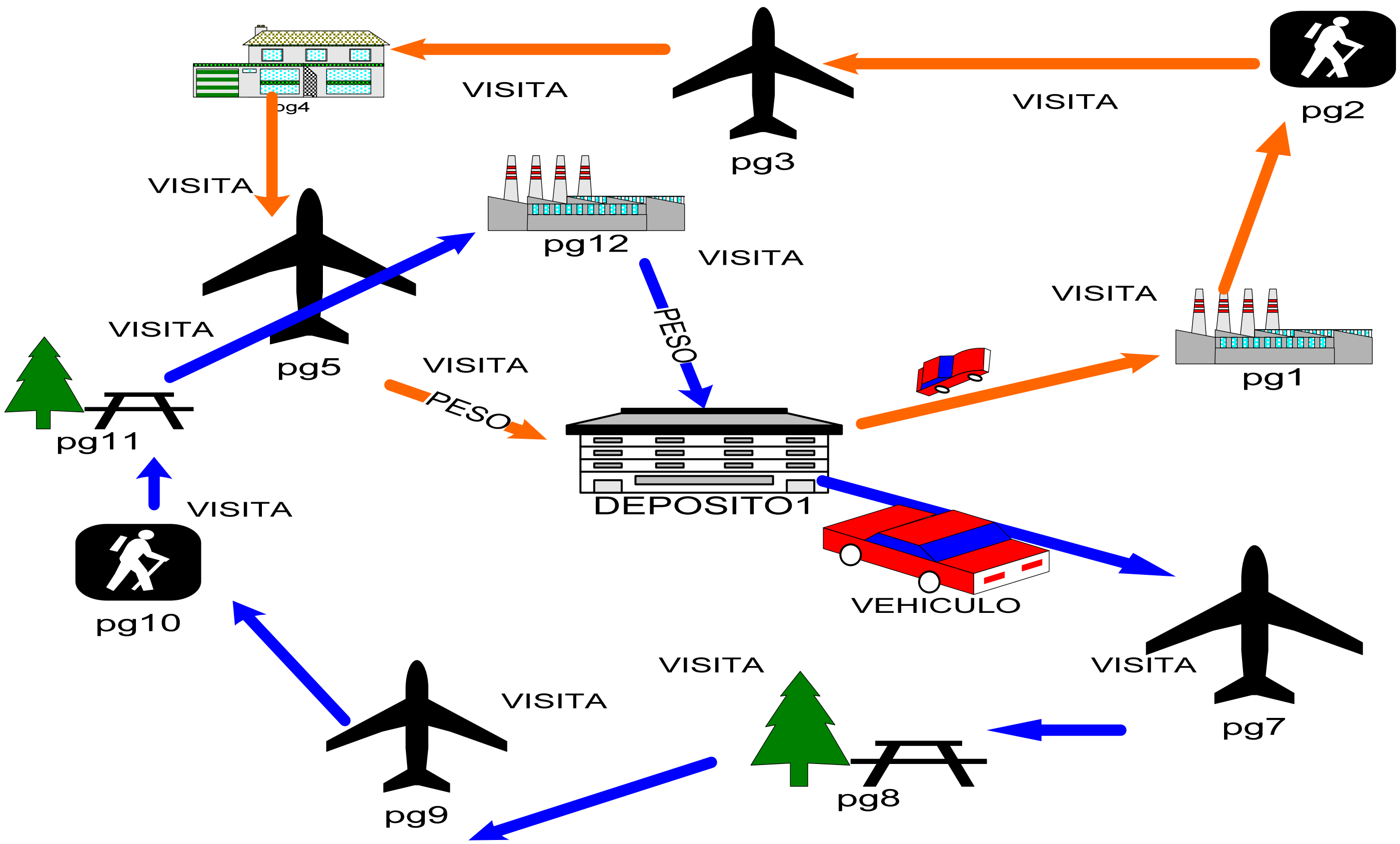
Parámetros VRP

- **Vehículos**. Los vehículos que realizan los viajes (flota homogénea todos los vehículos son iguales o heterogénea).

- **Capacidades**. Las que se observan en el vehículo, como es carga total, volumen total, número de las plataformas entre otras.

- **Pesos**. Son el costo de recorrido entre las localizaciones.

Parámetros VRP



Instancia de VRP

- 5 Visitas por ruta.
- 2 Depósitos.
- Localizaciones geográficas (a 30 minutos una de otra).
- 10 Vehículos (heterogéneos).
- Capacidades (20 paquetes).
- Pesos (no mayor a 200.00 pesos entre localidad y localidad).

VRP

- La solución para VRP puede ser dependiendo de la instancia con métodos formales, heurísticas y meta heurísticas.

- Para instancias pequeñas podemos formularlo como modelo de PLE.

- Para instancias mayores el comportamiento es exponencial entonces es necesario modelarlo de manera general como un grafo.

Formulación de VRP

para modelo de PLE

La formulación para VRP de manera general con programación lineal entera es:

-Sea Z el costo total de distribución.

-Sea X_{ij} (i =1,2,3,...m; j =1,2,3,...n) el número de unidades que se distribuyen del origen i al destino j.

Formulación de VRP

para modelo de PLE

Minimizar Z = $$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

Sujeta a: $$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = s_i$$ para i=1,2,3…m

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = d_j$$ para j=1,2,3…n

$$x_{ij} \geq 0$$ para toda i y j

Formulación de VRP

para modelo de PLE

Tabla de costos

j

i

	Destino 1 2 … n	Recursos
Origen 1 2 . . . . . M	C_{11} C_{12} … C_{1n} C_{21} C_{22} …. C_{2n} . . . . C_{m1} C_{m2} … C_{mn}	S_1 S_2 . . . . .. S_m
Demanda	d_1 d_2 …… d_n	

Ejemplo VRP

para instancia pequeña PLE

Un Problema de Transporte:

- El objetivo es encontrar la forma más efectiva de transportar bienes. La oferta y demanda de cada origen (por ejemplo, almacenes) O1, O2 y destinos (por ejemplo, mercados) D1 y D2, junto a los costos unitarios de transporte se encuentran resumidos en la tabla siguiente:

Ejemplo VRP
para instancia pequeña PLE

La Matriz de Costos Unitarios de Transporte.
(Valores constantes)

	D1	**D2**	**OFERTA**
O1	20	30	200
O2	10	40	100
DEMANDA	150	150	300

Ejemplo VRP

para instancia pequeña PLE

Dejemos que los X_{ij} denoten la cantidad de transportación que sale del origen *i* al destino *j*. La formulación de la PLE del problema de minimización del costo total de transporte es:

Ejemplo VRP
para instancia pequeña PLE

- Min $20X_{11} + 30X_{12} + 10X_{21} + 40X_{22}$

- sujeto a:
  $X_{11} + X_{12} = 200$
  $X_{21} + X_{22} = 100$
  $X_{11} + X_{21} = 150$
  $X_{12} + X_{22} = 150$
  todos los $X_{ij} \geq 0$

Ejemplo VRP
para instancia pequeña PLE

- Dado que este problema de transporte es balanceado (oferta total = demanda total), todas las restricciones están en forma de igualdad. Adicionalmente, todas las restricciones son redundantes (agregando dos restricciones cualquiera y sustrayendo alguna otra obtendríamos la restante.) Eliminemos una restricción de tal forma que el problema se reduce a:

Ejemplo VRP

para instancia pequeña PLE

- Min $20X_{11} + 30X_{12} + 10X_{21} + 40X_{22}$
- sujeto a:
  $X_{11} + X_{12} = 200$
  $X_{21} + X_{22} = 100$
  $X_{11} + X_{21} = 150$
  para todos los $X_{ij} \geq 0$

Ejemplo VRP
para instancia pequeña PLE

- Este problema de PLE no puede ser resuelto por el método gráfico. Sin embargo el método algebraico no tiene limitaciones en las dimensiones del PLE. Note que tenemos tres ecuaciones con cuatro variables de decisión restringidas. Haciendo cualquiera de las variables cero, tenemos:

Ejemplo VRP

para instancia pequeña PLE

X_{11}	X_{12}	X_{21}	X_{22}	Costo total del transporte
0	200	150	-50	No-factible
200	0	-50	150	No-factible
150	50	0	100	8,500
50	150	100	0	6,500*

Ejemplo VRP

para instancia pequeña PLE

- Por lo tanto, la estrategia óptima es

$X_{11} = 50$

$X_{12} = 150$

$X_{21} = 100$ y

$X_{22} = 0$

Con por lo menos un costo total de transporte de $6,500.

Variantes del problema VRP

- VRP con múltiples depósitos (MDVRP)
- VRP periódico (PVRP)
- VRP de entrega dividida (SDVRP)
- VRP estocástico (SVRP)
- VRP con recogidas y entregas (VRPPD)
- VRP con backhauls (VRPB)
- VRP con ventanas de tiempo (VRPTW)

Técnicas de solución de VRP

Las técnicas más comunes de solución de VRP son heurísticas y meta heurísticos porque los métodos exactos de resolución no garantizan encontrar la solución óptima en un tiempo razonable de computación cuando el número de la instancia es grande.

Técnicas de solución de VRP

Las técnicas de solución se clasifican así:

-Métodos formales.

-Heurísticos.

-Metaheurísticos.

Técnicas de solución de VRP

- **Métodos formales**.
  - Ramificación y acotamiento (hasta 100 nodos).
  - Programación lineal entera.
  - Método del simplex.

Técnicas de solución de VRP

- **Heurísticos**.
  - Métodos de construcción.
  - Algoritmo de 2 fases.

    Dividen a VRP en dos etapas

      - » Asignación de clientes a vehículos.
      - » Determinación del orden de visita a dichos clientes.
  - Algoritmo de mejora iterativa (toma como entrada una solución de la misma heurística).

Técnicas de solución de VRP

- **Metaheurísticos**.
  - Algoritmos de colonia de hormigas.
  - Recocido simulado.
  - Algoritmos genéticos.
  - Búsqueda tabú.
  - Redes neuronales.

Conclusiones

- El problema VRP puede plantearse con diferentes parámetros que generarán una instancia del problema real y que dependiendo de la instancia del problema a resolver y de su comportamiento es la técnica que debe aplicarse.

Conclusiones.

- En el caso específico del transporte público hay que plantearlo e identificar los parámetros en base al comportamiento real del problema. Además de verificar si es alguna de las variantes existentes, en caso contrario diseñar una variante específica para el problema.

Referencias bibliográficas

- *Frederick S. Hillier y Gerald J. Lieberman. 5ª. Eds. (1994):"Introducción a la investigación de operaciones"*

- *Toth, P. y Vigo ,D. eds. (2002): "The Vehicle Routing Problem". SIAM*

- Christos H. Papadimitriou "Combinatorial optimization" Ed (1998) Prentice Hall.

- Garey/Johnson "computers and intractability"(1978) Freeman and Co.
- Dantzing y Ramser (1959).

FIN