SIMPLEX

Adaptación del Modelo a su Forma Estándar

Forma Canónica

Que pasa cuando un modelo no esta en su forma canónica?

$$
\begin{array}{rrcll}
 & \max z & = & 4x_1 + 3x_2 & (15a) \\
\text{sujeto a} & & : & & \\
 & 2x_1 + 3x_2 & \leq & 6 & (15b) \\
 & -3x_1 + 2x_2 & \leq & 3 & (15c) \\
 & 2x_2 & \leq & 5 & (15d) \\
 & 2x_1 + x_2 & \leq & 4 & (15e) \\
 & x_1 & \geq & 0, x_2 \geq 0 & (15f)
\end{array}
$$

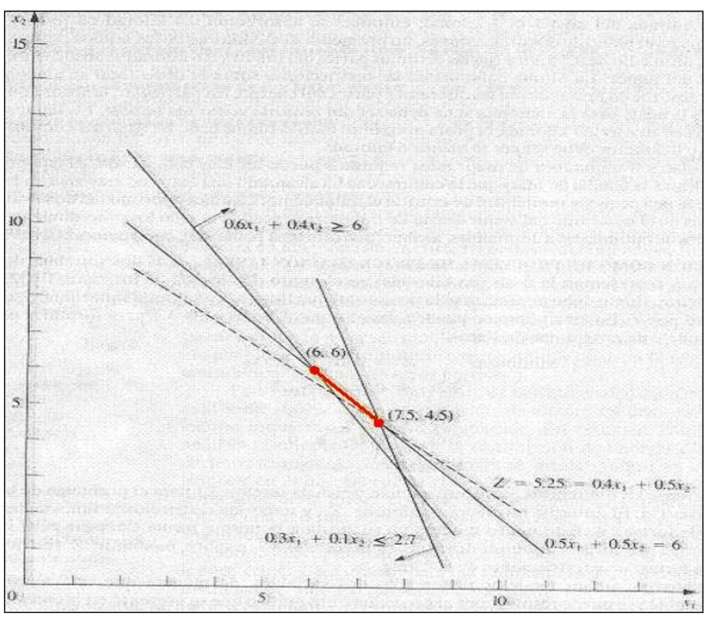
Minimización

$$\textit{Minimizar} \quad Z = 0.4x_1 + 0.5x_2$$

$$\begin{array}{ccccc} 0.3x_1 & + & 0.1x_2 & \leq & 2.7 \\ 0.5x_1 & + & 0.5x_2 & = & 6 \\ 0.6x_1 & + & 0.4x_2 & \geq & 6 \end{array}$$

$$x_1 \geq 0, \qquad x_2 \geq 0.$$

Minimizar



Adaptación del Modelo

- Existen restricciones funcionales no canónicas ($\geq$, = ó $b_i \leq 0$).
  - Introducen el problema de identificar una solución básica factible.
- Adaptar el modelo a su forma estándar
  - Variable artificial. Variable básica inicial para la ecuación que la contiene.
    - Aplicada a restricciones en forma de igualdad.
    - Agranda la región factible.
    - Una solución es factible si la variable artificial es cero en la solución.

Variables Artificiales: Forma Aumentada

$$Minimizar \quad Z = 0.4x_1 + 0.5x_2$$

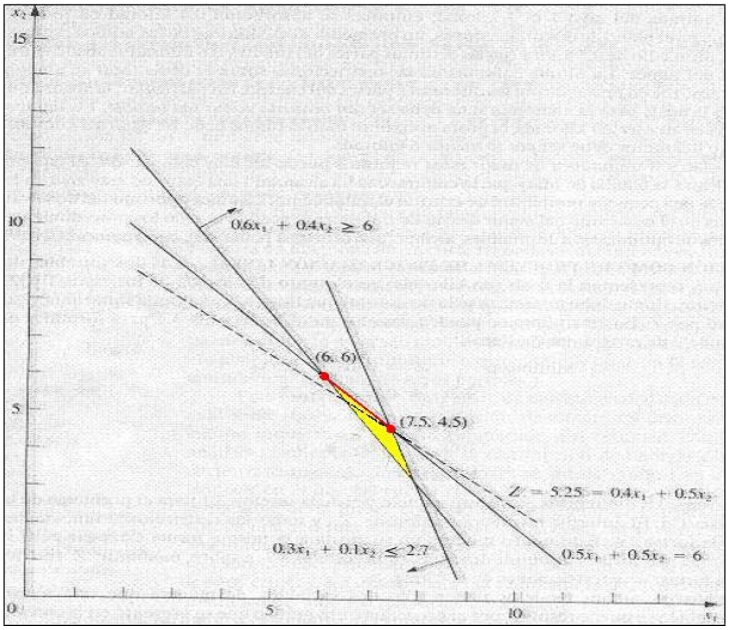
$$\begin{array}{lllllll}
0.3x_1 & + & 0.1x_2 & + & s_1 & = & 2.7 \\
0.5x_1 & + & 0.5x_2 & + & \overline{s_2} & = & 6 \\
0.6x_1 & + & 0.4x_2 & & & \geq & 6
\end{array}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad s_1 \geq 0, \quad \overline{s_2} \geq 0 \quad .$$

Esto permite que la región factible se expanda en todo el triángulo debido a que:

$$0.5x_1 \quad + \quad 0.5x_2 \quad \leq \quad 6$$

Minimizar



Restricciones de desigualdad ≥

$$Minimizar \quad Z = 0.4x_1 + 0.5x_2$$

$$\begin{array}{lllllll} 0.3x_1 & + & 0.1x_2 & + & s_1 & = & 2.7 \\ 0.5x_1 & + & 0.5x_2 & + & \overline{s_2} & = & 6 \\ 0.6x_1 & + & 0.4x_2 & & & \geq & 6 \end{array}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad s_1 \geq 0, \quad \overline{s_2} \geq 0 \quad .$$

Se agrega variable superavit que resta lo que sobra del lado izquierdo y se adiciona variable artificial para ser usada como variable básica inicial. La variable superavit inicia como variable no básica:

$$0.5x_1 \quad + \quad 0.5x_2 \quad - s_3 \quad + \quad \overline{s_4} \quad = \quad 6$$

$$\overline{s}_4 \quad = \quad 6$$

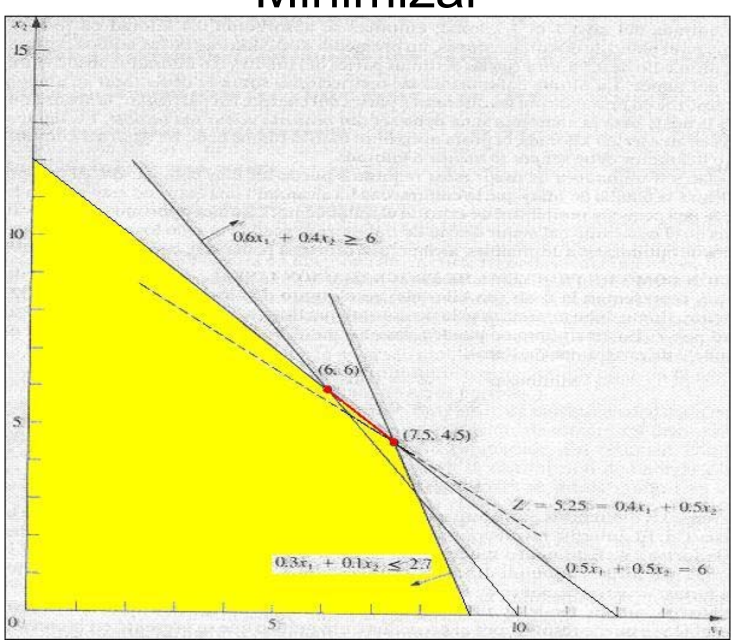
Restricciones de desigualdad ≥

$$Minimizar \quad Z = 0.4x_1 + 0.5x_2$$

$$\begin{array}{ccccccccc}
0.3x_1 & + & 0.1x_2 & + & s_1 & & & = & 2.7 \\
0.5x_1 & + & 0.5x_2 & + & \overline{s_2} & & & = & 6 \\
0.6x_1 & + & 0.4x_2 & - & s_3 & + & \overline{s_4} & = & 6
\end{array}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad s_1 \geq 0, \quad \overline{s_2} \geq 0, \quad s_3 \geq 0, \quad \overline{s_4} \geq 0 \quad .$$

Minimizar



Minimización con Simplex

Cambiar a su forma equivalente de maximización después de introducir variables artificiales

$$Minimizar \quad Z = 0.4x_1 + 0.5x_2 + M\overline{s_2} + M\overline{s_4}$$

$$Maximizar \quad (-Z) = -0.4x_1 - 0.5x_2 - M\overline{s_2} - M\overline{s_4}$$

Minimización con Simplex

El sistema de ecuaciones completo es:

$$-Z + 0.4x_1 + 0.5x_2 + M\overline{s_2} + M\overline{s_4} = 0$$

$$\begin{aligned} 0.3x_1 + 0.1x_2 + s_1 &= 2.7 \\ 0.5x_1 + 0.5x_2 + \overline{s_2} &= 6 \\ 0.6x_1 + 0.4x_2 - s_3 + \overline{s_4} &= 6 \end{aligned}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad s_1 \geq 0, \quad \overline{s_2} \geq 0, \quad s_3 \geq 0, \quad \overline{s_4} \geq 0 \quad .$$

Variables básicas en la solución inicial básica: $\left(s_1, \overline{s_2}, \overline{s_4}\right)$

Poner función objetivo en forma apropiada para eliminación de Gauss

Es necesario eliminar variables básicas de función objetivo con eliminación de Gauss.

Minimización con Simplex

Es necesario eliminación de variables básicas de función objetivo con eliminación de Gauss.

$$
\begin{array}{r}
\\
-M \\
-M \\
\\
\end{array}
\begin{bmatrix}
0.4 & 0.5 & 0 & M & 0 & M & 0 \\
0.5 & 0.5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 6 \\
0.6 & 0.4 & 0 & 0 & -1 & 1 & 6 \\
(-1.1M+0.4) & (-0.9M+0.5) & 0 & 0 & M & 0 & -12M
\end{bmatrix}
$$

Método Simplex

Iter	Var Básica	Ec. Núm	Coeficiente de							Lado derecho
			Z	x_1	x_2	s_1	$\overline{s_2}$	s_3	$\overline{s_4}$	
0	Z	0	-1	(-1.1M+0.4)	(-0.9M+0.5)	0	0	M	0	-12M
	s_1	1	0	**0.3**	**0.1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**2.7**
	$\overline{s_2}$	2	0	**0.5**	0.5	0	1	0	0	6
	$\overline{s_4}$	3	0	**0.6**	0.4	0	0	-1	1	6
1	Z	0	-1	0	(-M16/30+11/30)	(M11/3-4/3)	0	M	0	-2.1M-3.6
	x_1	1	0	1	**1/3**	10/3	0	0	0	9
	$\overline{s_2}$	2	0	0	**1/3**	-5/3	1	0	0	1.5
	$\overline{s_4}$	3	0	**0**	**0.2**	**-2**	**0**	**-1**	**1**	**0.6**
2	Z	0	-1	0	0	(-M5/3+7/3)	0	(-M5/3+11/6)	(M8/3-11/6)	-0.5M-4.7
	x_1	1	0	1	0	20/3	0	**5/3**	-5/3	8
	$\overline{s_2}$	2	0	**0**	**0**	**5/3**	**1**	**5/3**	**-5/3**	**0.5**
	x_2	3	0	0	1	-10	0	**-5**	5	3
3	Z	0	-1	0	0	0.5	(M-1.1)	0	M	-5.25
	x_1	1	0	1	0	5	-1	0	0	7.5
	s_3	2	0	0	0	1	0.6	1	-1	0.3
	x_2	3	0	0	1	-5	3	0	0	4.5

Al usar (x_1,x_2), la secuencia de soluciones en un vértice es: (0,0), (9,0), (8,3), (7.5,4.5)