

Simulated Annealing (RECOCIDO SIMULADO)

1

Introducción

Problema de optimización:

DETERMINAR LOS VALORES DE LAS VARIABLES DE DECISION:

$$X = (X_1, \dots, X_n)$$

QUE MAXIMICEN (MINIMICEN) UNA FUNCION OBJETIVO $F(x)$,

SUJETA A LAS RESTRICCIONES $g_i(x), i = 1, 2, \dots, m.$

2

ELEMENTOS

FUNCION OBJETIVO (DE COSTO, DE UTILIDAD DE APTITUD, DE RENDIMIENTO...): INDICA CUANDO UNA SOLUCION ES MEJOR QUE OTRA.



RESTRICCIONES: REPRESENTAN LAS CONDICIONES DEL DOMINIO DEL PROBLEMA



Problema de Optimización Combinatoria (POC)

min (max) $F(X)$ s.a $X \in S$

MINIMIZACION MAXIMIZACION
 $F(X^*) \leq F(X)$ $F(X^*) \geq F(X)$

X^* : SOLUCION OPTIMA

$F(X^*)$: UTILIDAD (COSTO) OPTIMA

$$X_{new} = \text{Perm}(X_{old})$$

4

Meta-Heurística de Recocido Simulado para POC

- APROXIMACION A OPTIMOS GLOBALES
- BASE: RECOCIDO DE SOLIDOS, MECANICA ESTADISTICA.



USO DE LA DISTRIBUCION DE BOLTZMANN

5

¿QUE HACE PRIMERO UN ALPINISTA PARA BAJAR UNA GRAN MONTAÑA?



¿Qué necesitamos para bajar la montaña?



ELEMENTOS DE DESCENSO



- UNA DIRECCION.
- TAMAÑO DEL PASO
- UN CRITERIO DE PARO



NO-DETERMINISMO

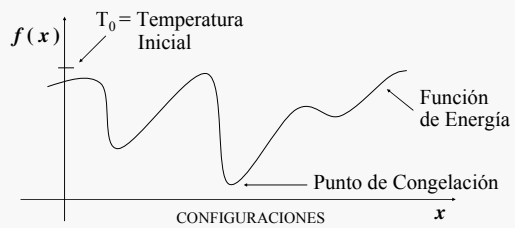


ESTRATEGIA EN EL RECOCIDO DE SOLIDOS

- ELEVAR LA TEMPERATURA: FUSION DEL MATERIAL
- DECREMENTO LENTO DE LA TEMPERATURA
- CONGELAMIENTO DE ATOMOS: CRITERIO DE PARO

10

SIMULATED ANNEALING



A partir de una temperatura inicial, disminuir lentamente la temperatura, hasta alcanzar el punto de congelación

Algoritmo de Metropolis

Dado un estado actual i , temperatura T

- Generar un estado j mediante una distorsión
- Si $E_j - E_i \leq 0$ el estado j es aceptado como actual
- Si $E_j - E_i > 0$ el estado es aceptado con probabilidad

$$P(\Delta\epsilon) = e^{\frac{-\Delta\epsilon}{kT}}$$

- Generar un número aleatorio α uniformemente distribuido entre (0, 1)
- Si $\alpha < P(\Delta\epsilon)$ el estado j es aceptado como actual
- Si $\alpha \geq P(\Delta\epsilon)$ el estado j es rechazado

Iterar hasta alcanzar el estado de equilibrio

12

Analogía a Problemas Optimización Combinatoria

- Energía sistema físico = Función de Costo, f , del POC
- Configuración de átomos = Valores de parámetros $\{X_i\}$
- Temperatura = Parámetro de control, c , (mismas unidades costo)

$$P(\text{aceptar } j) = \begin{cases} 1 & \text{Si } f(j) \leq f(i) \\ e^{-\frac{\Delta f}{c}} & \text{Si } f(j) \geq f(i) \end{cases}$$

13

Algoritmo de Recocido Simulado

- Se puede ver como iteraciones del algoritmo de Metrópolis, evaluado a valores decrecientes del parámetro de control.
- Además de aceptar mejoras en el costo, acepta deterioros de dimensiones limitadas:
 - c grandes ($c \gg 0$), grandes deterioros ($\exp(-a/c) \approx 1$)
 - Conforme c decrece el tamaño de los deterioros decrece
 - c tiende a cero. Ningún deterioro será aceptado ($\exp(-a/c) \approx 0$)

ALGORITMO DE RECOCIDO SIMULADO

$$T_k = T_0$$

$$x_k = x_0$$

REPETIR

REPETIR (para todos los vecinos)

$$x_{k+1} = \text{vecino}(x_k)$$

If $(x_{k+1}$ peor x_k then Aplicar

Boltzmann end if

HASTA el equilibrio

$$T_k = \text{nueva temperatura}$$

HASTA congelación

Puntos Importantes para que RS Trabaje Eficiente

- **Representación del problema:** Grafos.
- **Función de vecindad:** La elección de la vecindad influencia fuertemente el desempeño del algoritmo.
Mecanismo de transición: Se refiere a cómo se realiza la búsqueda en la vecindad. Puede ser la selección de un vecino en forma aleatoria, evaluar el vecino y decidir si se acepta, o bien, elegir el mejor de todos los vecinos.
- **Secuencia de enfriamiento:** El coeficiente de temperatura que permite decrementar la temperatura del sistema, puede tomar valores entre 0 y 1.
- **Temperatura de inicio:** Temperaturas altas

Esquema de Enfriamiento

- **VALOR INICIAL c_0** : RAZON ACEPTACION $\chi(c_0) \approx 1$
- **DECREMENTO DE C**
 $C_{k+1} = \alpha \cdot C_k, (\alpha < 1)$
- **LONGITUD DE LA CADENA DE MARKOV:**
 - Número de transiciones para cada valor de c

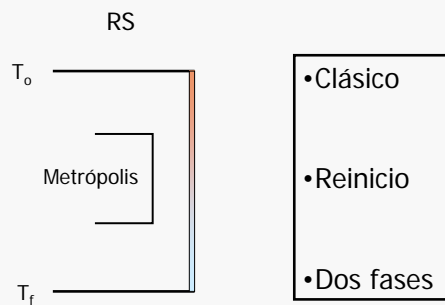
17

Paralelización

- PSEUDO PARALELIZACION
 - De los datos
- PARALELIZACION DEL ALGORITMO
 - Recocidos independientes
- COMBINACION CON OTROS METODOS

18

Recocido Simulado



Algoritmos Propuestos

- ADF : Algoritmo de dos fases
 - Primera fase. Lista de candidato restringidos.
 - Segunda fase. Criterio de Metrópolis.
- RSR: Recocido Simulado con reinicio
 - Busca en diferentes partes del espacio de soluciones.
- RS: Recocido simulado
 - Mejora un schedule aleatorio con Recocido Simulado.
- Algoritmos cooperantes
 - Cooperación de procesos.

ALGORITMOS HIBRIDOS

- RS-GENETICO
- SA-TABU SEARCH
- BB-SA

21

Conclusiones y Comentarios

- SA: TECNICA DE APROXIMACION GENERAL PARA POC
- CONVERGENCIA ASINTOTICA: LO BUENO Y LO MALO
- ESCAPA DE OPTIMOS LOCALES.

22