Algunos Problemas

P, NP, NP-completo, NP-duro

Problema tipo P

- El problema de programación lineal

- Minimizar $f(x)$
- Sujeto a:
- $g_i(x) \geq 0, \ i = 1,\ldots,m$
- $h_j(x) = 0, \ j = 1,\ldots,p$
- $x \in R^n$

El problema de Programación Lineal

- El espacio de soluciones de un problema de programación lineal es un polytope convexo.

Polytope Convexo

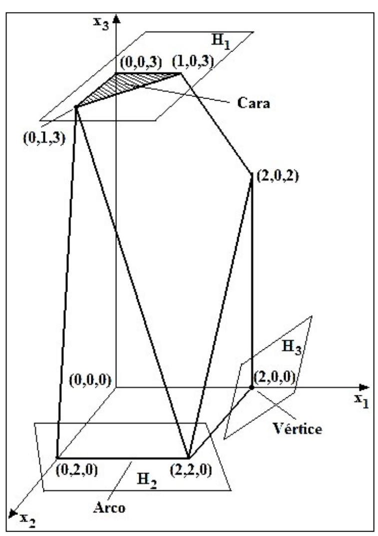
- Un subespacio dentro de un espacio dimensional R^d, donde el subespacio es de dimensión d -1, se llama hiperplano
- Un hiperplano define dos semiespacios cerrados
- Un semiespacio es un conjunto convexo. Por tanto la intersección de semiespacios es un conjunto convexo.
- La intersección de un número finito de semiespacios cuando es acotado y no vació, se llama polytope convexo

Polytope Convexo

- Sea P un polytope de dimensión d, y HS un semiespacio definido por el hiperplano H.

- Si f = P ∩ HS (P y HS tocan en sus exteriores), es un subconjunto de H, entonces f es una cara del polytope P, y H es el hiperplano que define f.
  - Una cara tiene dimensiones d -1
  - Un vértice es una cara de dimensión cero (un punto)
  - Un arco es una cara de dimensión uno (un segmento de línea)

Polytope Convexo



Complejidad del Algoritmo SIMPLEX

- Un cubo de tres dimensiones tiene 2d = 2(3) = 6 caras y $2^d = 2^3 = 8$ vértices.
- Como SIMPLEX utiliza las esquinas del polytope para buscar la solución óptima. Entonces en un hipercubo con d dimensiones, existirán 2^d vértices.
- En el peor de los casos, simples requerirá de 2^d -1 iteraciones para encontrar el óptimo, esto ocurre en el problema del cubo de Klee and Minty. Esto prueba que el algoritmo es de comportamiento exponencial.

Problema tipo NP-completo

Problema del agente viajero.

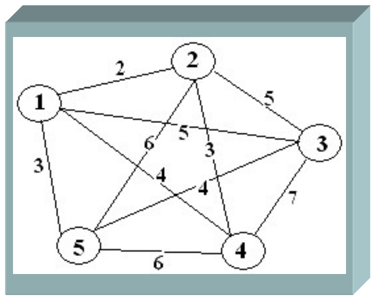
Parámetros:
Lista de ciudades y distancia entre ellas.

Solución:
Secuencia de ciudades que minimiza la distancia de un recorrido que inicia en c_1, visita en secuencia todas las ciudades y regresa a c_1 desde la última ciudad c_m.

Tamaño del espacio de soluciones:
(n-1)!/2

Problema tipo NP-completo

- **Ejercicio:** Encontrar la ruta que minimice la longitud a recorrer por el agente. Se parte de la ciudad 1.
- **Un procedimiento:** Encontrar todas las rutas



Problema tipo NP-completo

Satisfactibilidad

Parámetros:
Literales, cláusulas

Solución:
Encontrar una asignación de valores de verdad a las literales que hacen verdadera la formula (satisfactible).

Tamaño del espacio de soluciones:
2^n

Problema tipo NP-completo

- **Ejercicio:** Encontrar una asignación de valores de verdad que hacen satisfactible la siguiente fórmula.
- **Un procedimiento:** Encontrar todas las asignaciones de verdad que den una fórmula satisfactible.
- (¬ S or P or ¬ Q) and (Q or R) and (¬R or ¬P) and (S or P)

Problema tipo NP-Duro

Calendarización de máquinas en un taller

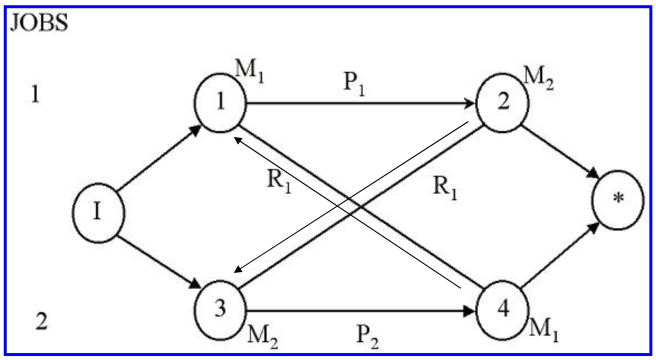
Parámetros:
Máquinas, trabajos, operaciones.

Solución:
Una secuencia de trabajos en máquinas que minimiza el tiempo de término del último trabajo

Tamaño del espacio de soluciones:
$(n!)^m$

Problema tipo NP-Duro

Calendarización de máquinas en un taller



Problema tipo NP-Duro

- Tarea: Encontrar la secuencia de trabajos en máquinas que minimice el tiempo de término del último trabajo. Utilizar un problema de 3x3.
  - Trabajo 1:
    - Op1 =3, Op2 = 1 Op3 = 4
  - Trabajo 2:
    - Op4 =6, Op5 = 3 Op6 = 8
  - Trabajo 3:
    - Op7 =7, Op8 = 2 Op9 = 5
  - Máquina 1:
    - Op1, Op4, Op7
  - Máquina 2:
    - Op2, Op6, Op8
  - Máquina 3:
    - Op3, Op5, Op9