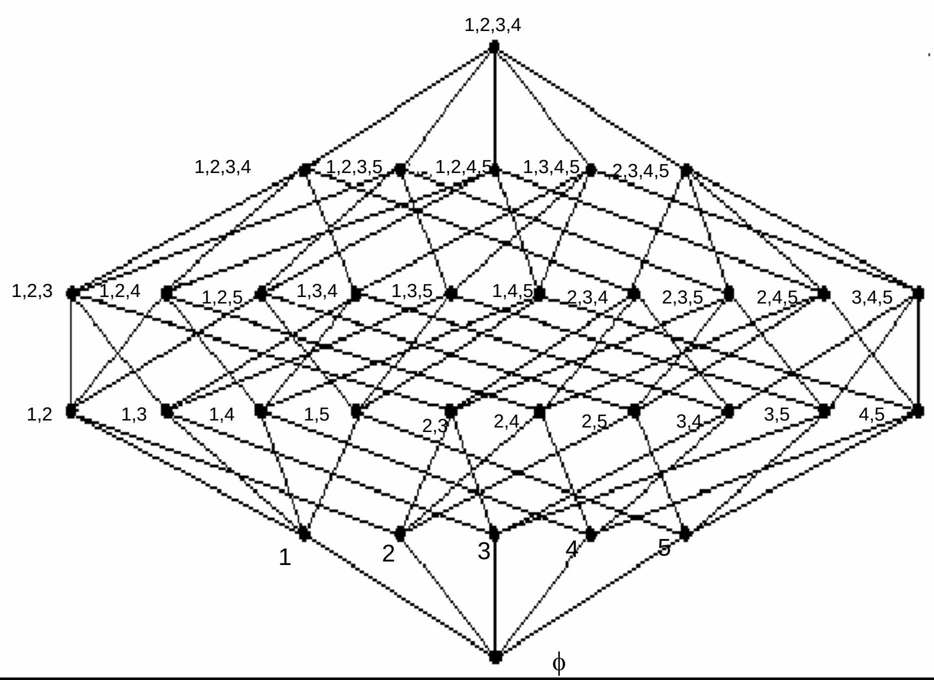
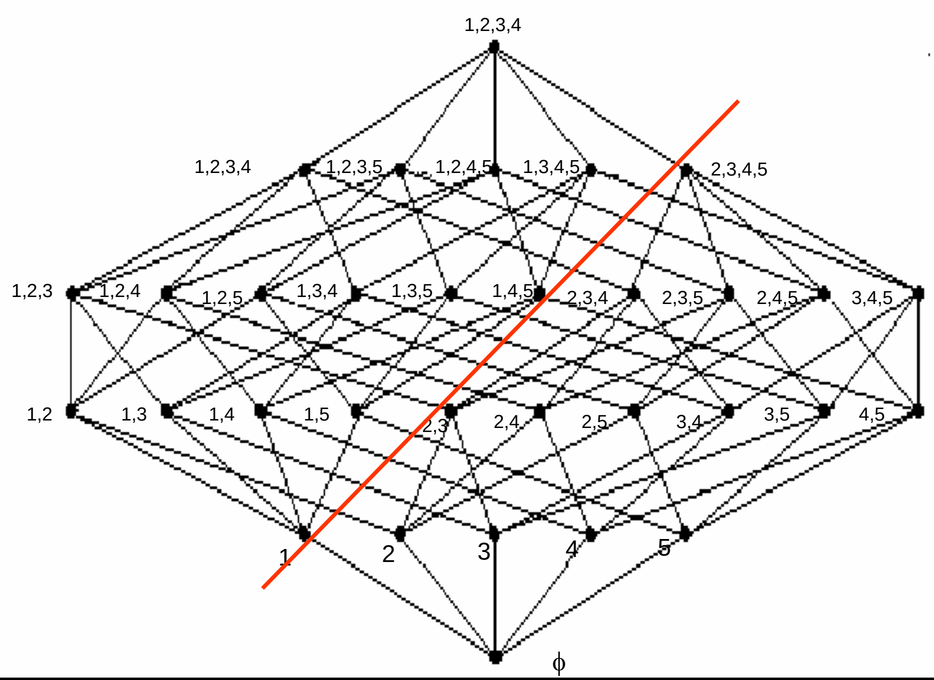
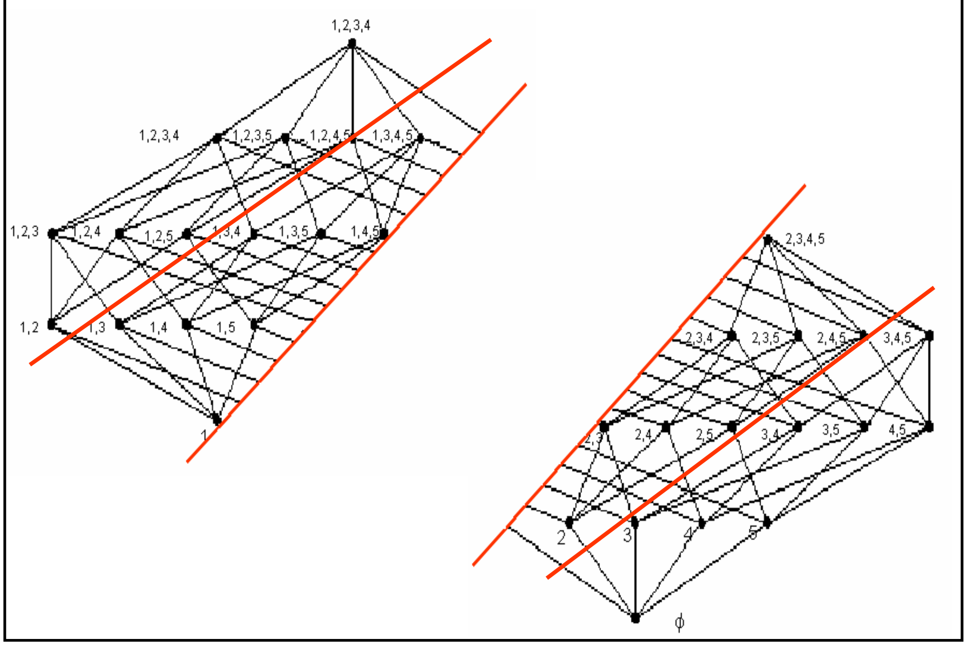
Procedimiento para la construcción del árbol de cubos



Procedimiento para la construcción del árbol de cubos





PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN

Con la finalidad de explicar el comportamiento del árbol de cubos para la solución de un problema combinatorio, se utilizará el problema de la mochila (0-1 knapsack problem en inglés), el cual consiste en seleccionar de entre un conjunto de *n* productos, cada uno con un valor c_i y un peso b_i, aquellos que quepan en un recipiente con volumen B y que tengan el mayor valor posible. Se trata de determinar un subconjunto l* $\subseteq$ {1..n} para el cual:

$$\Sigma\, c_i = \max \Sigma\, c_i$$

$$l^* \quad 1 \subseteq \{1..n\}$$

con la restricción

$$\Sigma\, b_i \leq B$$

PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN

- En el caso del problema de la mochila, la variable x_i toma valor 1 cuando el item i se introduce en la mochila y 0 en caso contrario, la formulación sería:

$$\max \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$$

con las restricciones

$$\sum_{i=1}^{n} b_i x_i \leq B$$

$x_i \in \{0,1\}$, $i \in \{1..n\}$

Procedimiento para determinar la solución aproximada del problema de la mochila utilizando el método del árbol de cubos

Se obtienen los coeficientes y se ordenan de mayor a menor $\frac{c_1}{b_1}, \frac{c_2}{b_2}, ..., \frac{c_m}{b_m}$

la función objetivo $\max \sum_{j=1}^{m} c_{i_j} x_{i_j}$

Sujeto a: $\sum_{j=1}^{m} b_{i_j} x_{i_j} \leq b$

Ejemplo:

c_j=(3, 8, 7, 6, 2) **B=11**

b_j=(6, 2, 1, 12, 2)

1 2 3 4 5

q_j=(3/6, 8/2, 7/1, 6/12, 2/2)

3 2 5 4 1

=(7, 4, 1, 1/2, 1/2) *Se ordenan*

1 + 2 + 2 = 5 *Se suman los pesos que cumplen con la restricción*

7 + 8 + 2 = 17 *Se suman los valores*

Procedimiento para determinar la solución aproximada del problema de la mochila utilizando el método del árbol de cubos

$$C(L) = C(I) + \frac{B - \sum_{i=1}^{n} xjbj}{b_{i(q+1)}} (ci+1)$$

Función objetivo = 7 + 8 + 2 = 17

Para calcular la función lineal se hace lo siguiente:

Función Lineal: 17 + (11-5/12) (6) =20

Cálculo del hijo izquierdo

q_j=(3/6, 8/2, 7/1, 6/12, 2/2)

Se toma como fijo el primer elemento c1 y los demás se vuelven a ordenar

c1 =3

Elementos ordenados (7, 4, 1, 1/2)

Se calcula la Bnueva = B - b1= 11 – 6 = 5 Donde Bnueva es la nueva restricción

Se procede a buscar los elementos que cumplan con la restricción sin tomar en cuenta el elemento 1

=1+2+2=5

Se calcula la función objetivo:

$$f.o. = \sum_{i=1}^{w1} cixi + \max \sum^{w2-w1} cixi$$

f.o. = (3 + 7 + 8+2)=20

Se calcula la función lineal

f.l. = 20 + 11- (6+5)/ bi+1 (ci+1)

Por lo tanto f.l.=f.o.

Cálculo del hijo derecho

Aquí se descarta el primer elemento y se toman los valores (7, 4, 1, 1/2)

Bnueva=B=11

Restricciones

1 + 2 + 2 = 5

f.o. = 7 + 8 + 2 =17

f.l. = 17+ 11-5/12 (6) = 20

De la misma manera se van a ir calculando los demás nodos.