Ecuaciones algebraicas lineales.

El capítulo anterior se determino el valor de x que satisface a $f(x)=0$. En el presente capítulo se determinarán los valores x_1, x_2,…, x_n que satisfacen simultáneamente a un conjunto de ecuaciones lineales:

$f_1(x_1,x_2,\dots,x_n)=0$
$f_2(x_1,x_2,\dots,x_n)=0$
…
$f_n(x_1,x_2,\dots,x_n)=0$

Este conjunto de ecuaciones se definen de la siguiente manera

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$
$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$
…
$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n$

Donde a son los coeficientes constantes, b son constantes y n es el número de ecuaciones

Representación de ecuaciones lineales simultaneas en forma matricial

Las matrices proporcionan una notación sencilla para representar un sistema de ecuaciones lineales simultáneas. El sistema anterior se puede expresar como

$A X = B$

Donde A es una matriz cuadrada $n \times n$ de coeficientes

$$A = \begin{vmatrix} a_{11}\ a_{12}\ \dots\ a_{1n} \\ a_{21}\ a_{22}\ \dots\ a_{2n} \\ \dots \\ a_{n1}\ a_{n2}\ \dots\ a_{nn} \end{vmatrix}$$

B es el vector columna $n \times 1$ de constantes

$B^T = [b_1, b_2, \dots b_n]$

X es el vector columna $n \times 1$ de incógnitas

$X^T = [x_1, x_2, \dots x_n]$

Para que un sistema de ecuaciones tenga una solución, el número de ecuaciones y el número de incógnitas debe ser igual

Tipos especiales de matrices cuadradas

- **Matriz simétrica.** Es aquella donde $a_{ij} = a_{ji}$ para todas las i y las j
- **Matriz diagonal.** Matriz donde todos los elementos fuera de la diagonal principal son igual a cero
- **Matriz identidad.** Matriz diagonal donde todos los elementos sobre la diagonal son igual a 1.
- **Matriz triangular superior.** Todos los elementos por debajo de la diagonal principal son cero.
- **Matriz triangular inferior.** Todos los elementos por arriba de la diagonal principal son cero.
- **Matriz banda.** Tiene todos los elementos iguales a cero, con la excepción de una banda centrada sobre la diagonal principal.
- **Matriz transpuesta.** Transforma sus renglones en columna y viceversa. El elemento a_{ij} de la transpuesta es igual al elemento a_{ji} de la matriz original. Permite escribir un vector columna como un renglón.

Operaciones de matrices.

- Suma de matrices $C = A + B$. Se suman los términos correspondientes en cada matriz. Los elementos de la matriz resultantes son $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$. Las matrices a sumar deben de tener el mismo número de columnas y el mismo número de renglones.
- Multiplicación de dos matrices $C = A\,B$. Los elementos de la matriz resultante son $c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj}$. Donde n es el número de columnas de A y el número de renglones de B. Las matrices se pueden multiplicar solo si se cumple que $A_{nxm}\, B_{mxl} = C_{nxl}$, el número de columnas en A sea igual al número de renglones en B

Propiedades que cumplen las operaciones de matrices.

Para suma de matrices:

- Conmutativa. $A + B = B + A$
- Asociativas. E – (F + G) =(E –F) - E

Para multiplicación de matrices:

- Asociativa. (A B) C = A (B C)
- Distributiva A (B + C) = A B + A C, (A + B) C = AC + B C

Ejercicios:

Realizar los siguientes programas en forma modular en lenguaje C.

1. Detectar si una matriz es simétrica
2. Transpuesta de una matriz
3. Suma de dos matrices
4. Multiplicación de matrices