

Control Difuso de un Sistema no Lineal

Luis Eduardo Espinosa Maya¹, Jorge Barahona Avalos², Godolfredo Sánchez Medina¹, Horacio George Haro¹, René L. Pacheco L.¹, Gerardo Villegas R.¹, Gerardo Mino A.¹, Oscar Morales P.¹, Honorato Azucena C.¹,

¹ Facultad de Ciencias de la Electrónica Grupo de Mecatrónica
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Apartado Postal 542, Puebla 72001, México

² Instituto de Electrónica y Computación de la Universidad Tecnológica de la Mixteca,
Huajuapán de León Oaxaca, 69000 México
luiseem@ece.buap.mx

Resumen: En el presente trabajo nos proponemos diseñar e implementar un controlador difuso a un prototipo no lineal, el cual está basado en el sistema clásico de la bola y la viga (BALL & BEAM). El control difuso es implementado en un microcontrolador PIC de la familia 16F, el cual carece de instrucciones de multiplicación por lo que el diseño del algoritmo y su codificación toman importancia. La funcionalidad del controlador implementado es demostrada toda vez que resuelve el problema de control no lineal cuando se desconoce el modelo dinámico de la planta.

Palabras Clave: Lógica Difusa, Control Difuso, Sistema No Lineal, Microcontroladores.

1. Introducción

El modelo de procesamiento de la información desarrollado a finales del siglo XIX y principios del siglo XX que conforman el binomio lógica booleana - máquina de Turing, es la base de los actuales sistemas de procesamiento digitales, i.e. Microprocesadores, microcontroladores, etc., sin embargo, y sin desestimar a sus indiscutibles logros, este esquema presenta problemas a la hora de abordar tareas del mundo real; donde la información se presenta de forma masiva y típicamente distorsionada.

Para abordar esto se han propuesto algunos modelos alternativos, de los cuales las redes neuronales artificiales y los sistemas basados en lógica difusa son los que cuentan con mayor popularidad y utilización. Estos y otros modelos de procesamiento y control, se engloban bajo el término de inteligencia computacional o soft computing, puesto que su inspiración para las soluciones son las que la naturaleza ha encontrado a lo largo de millones de años de evolución, soluciones que son copiadas en sistemas artificiales que se espera a que contribuyan a resolver importantes

problemas tecnológicos. La inteligencia artificial, o IA en términos cortos, es una combinación de la ciencia de las computadoras, la psicología y la filosofía.

Por otra parte tenemos que un controlador clásico como un compensador de atraso-adelanto, se basa para su diseño en el conocimiento de un modelo matemático y el éxito del control reside comúnmente en la fidelidad de representación del comportamiento de la planta por parte de dicho modelo, lo que hace de estas técnicas de difícil aplicación; ya sea cuando se desconoce el modelo o se presenta demasiada incertidumbre.

Bajo estas premisas, este trabajo propone el diseño e implementar un controlador difuso a un prototipo no lineal, usando un microcontrolador como sistema de procesamiento. Para fines del trabajo se plantea un sistema lineal del cual se conoce su representación matemática (sistema BALL&BEAM) para complementar el diseño e implementación con la simulación del sistema en lazo cerrado con el controlador. Este trabajo se organiza como sigue: la sección 2 presenta una breve exposición de los conceptos teóricos inherentes al trabajo, la sección 3 está dedicada al diseño del sistema; en la sección 4 se presentan las pruebas experimentales del sistema. Finalmente en la sección 5 se ofrecen algunas conclusiones.

2. Lógica Difusa

El desarrollo de controladores difusos ha emergido como una de las más prosperas y fructíferas aplicaciones de la teoría de conjuntos difusos, teoría postulada por Lotfi Zadeh, como una generalización de los conjuntos clásicos. Ya en los trabajos seminales, introduce la idea de formular el problema de control mediante el uso de reglas expresadas con representaciones lingüísticas; las experiencias diarias de la vida real nos dan muchos ejemplos donde se confirma como el entendimiento, el pensamiento y la habilidad humana pueden resolver eficientemente el problema de control para una gran variedad de sistemas sin hacer uso de los sofisticados algoritmos de la teoría de control.

Mamdani y sus colegas son los primeros en aplicar la lógica difusa al control de procesos, particularmente, en un sistema de control para una máquina de vapor y desde entonces, el número de aplicaciones de los controladores difusos ha ido en aumento a prácticamente todos los campos de la ingeniería. Los controladores difusos tienen potencialmente un gran número de ventajas cuando las especificaciones del control requieren robustez, adaptabilidad y flexibilidad debido a perturbaciones del entorno o a efectos no modelables de la dinámica del sistema. Los controladores difusos son básicamente controladores basados en reglas que discretizan el espacio de operación continuo, no lineal y multidimensional en clases discretas. Utilizando lógica multivaluada, las variables difusas de las reglas preservan la información cuantitativa en los correspondientes valores de clase y el valor de pertenencia a esa clase. El comportamiento del controlador difuso es optimizado mediante una máquina de estados finitos en términos de las clases discretas y finalmente usa la información de la función de pertenencia para hacer una interpolación suave entre los puntos vecinos del espacio de operación continuo.

Proposición 1 Conjuntos Difusos: Para cualquier conjunto clásico C definido en el universo de discurso U es posible definir una función característica $Memb_C : U \rightarrow \{0, 1\}$ como:

$$Memb_C(u) = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow u \in C \\ 0 \Leftrightarrow u \notin C \end{cases} . \quad (1)$$

En la teoría de conjuntos difusos, esta función característica es generalizada como una función de pertenencia que asigna a cada elemento $u \in U$ un valor en el intervalo unitario $[0, 1]$. El conjunto F obtenido en base a tal función de pertenencia es definido como Conjunto Difuso.

Función de Pertenencia: La función de pertenencia $Memb_F$ del conjunto difuso F es:

$$Memb_F : U \rightarrow [0,1] , \quad (2)$$

donde, para cada elemento $u \in U$, se asigna el grado de pertenencia $Memb_F(u) \in [0, 1]$. De esta manera, F queda completamente determinado por el conjunto de pares:

$$F = \{(u, Memb_F(u)) | u \in U\} . \quad (3)$$

Proposición 2 Variable lingüística: La variable lingüística u_i es una descripción simbólica constante utilizada para presentar, en general, una cantidad variando en el tiempo dentro del intervalo definido por un universo de discurso U_i . Los diferentes valores que esta variable puede adquirir son conocidos como valores lingüísticos.

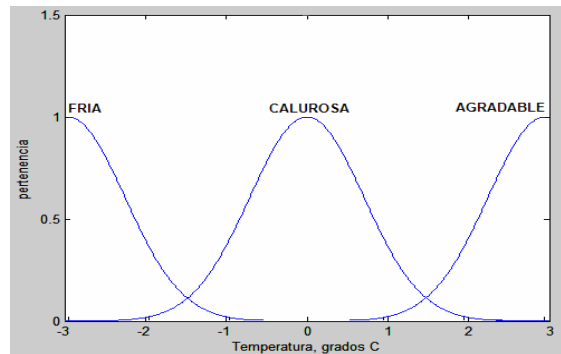


Fig 1: Variables lingüísticas.

1.1. Controladores Difusos

La estructura general de un controlador difuso es la mostrada en la figura 2, en la cual consta de cuatro módulos principales: Interfaz de Fusificación, Base de Conocimiento, Mecanismo de Inferencia e Interfaz de defusificación.

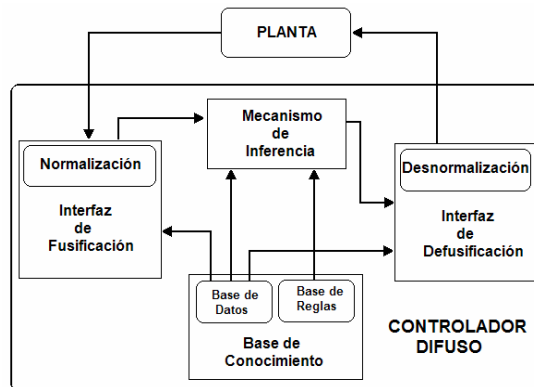


Fig 2: Arquitectura de un control Difuso.

En este trabajo se emplean metodologías más usadas y estudiadas del control difuso: Fusificación triangular, Inferencia por Mamdani y una defusificación tipo Centro de Área. La base de conocimiento fue propuesta en base a la experiencia y ajustada bajo prueba – error.

2 Sistema No Lineal

El sistema No-Lineal usado para el trabajo es el sistema BALL&BEAM, la descripción completa de la dinámica de la bola rodando sobre la barra es compleja pero una útil simplificación del modelo se presenta en la figura 3.

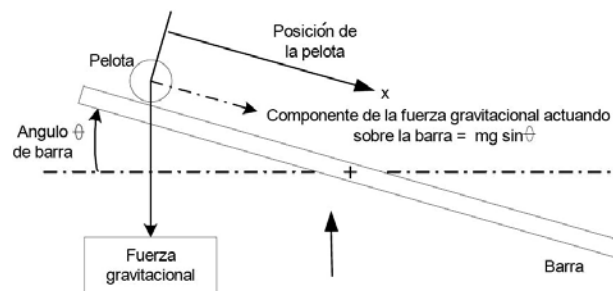


Fig 3: Fuerzas Actuantes en el Sistema.

Este sistema tiene la siguiente representación matemática en variables de estado:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ \alpha(x\dot{\theta}^2 - g \sin \theta) \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u. \quad (4)$$

2.1 Construcción del sistema

La construcción del sistema se divide en 3 partes: construcción física del BALL&BEAM, electrónica y software del microcontrolador.

El *sistema físico del BALL&BEAM* tiene las siguientes características: 50 cm de longitud de la barra (40cm de longitud para desplazamiento de la bola), servomotor de 3Kg/cm y una pelota de poco peso. A partir de esto se hizo un acoplamiento directo entre los dispositivos, considerando una base que soportara la barra, y a partir de esto se genero el siguiente prototipo:



Fig 4: Prototipo del sistema.

Este prototipo de sistema presento el problema que la pelota saltaba fuera de la barra, cuando la pelota se ubicaba muy por fuera del centro, por lo que se construyo un segundo prototipo, respetando las mismas dimensiones acoplando la barra directamente al tubo que ahora se uso como viga:



Fig 5: Prototipo final del sistema.

La *electrónica del sistema* consta de: 1) sensor infrarrojo IR Sharp GP2DXX, el cual opera con base al método de triangulación utilizando un pequeño Sensor Detector de Posición (PSD) lineal para determinar la distancia o la presencia de los objetos dentro de su campo de visión, 2) la señal del sensor se acondiciona por medio de un amplificador inversor y una filtro paso bajo de 2do orden frecuencia de corte de 100 Hz, 3) a la salida de la etapa de acondicionamiento se conecta la entrada del ADC de un microcontrolador PIC16F877, 4) elemento de interfaz al usuario como LCD de 2x16 caracteres y botones, 5) alimentación del sistema.

El *software residente en el microcontrolador* se le implementaron de diferentes funciones: Interfaz con el usuario (Teclado y LCD), Adquisición de la señal del sensor y procesamiento del control difuso. El software se desarrolla un compilador C para los PIC de la familia 16F, este software tiene dos ciclos principales: 1) el usuario ingresa el setpoint mediante dos botones UP/DOWN que van aumentando/disminuyendo el setpoint de 1cm a la vez y 2) Ejecución del ciclo de control, donde adquiere el dato del sensor de posición, calcula el error actual, procesa la fusificación / inferencia / defusificación y genera la salida en PWM para el motor.

3. Diseño de Control Difuso

El sistema procesado obtiene la retroalimentación por medio del AD conectado al sensor de posición, una vez adquirida esta información se calcula el error de Posición el cual se fusifica para aplicarlo al sistema difuso.

Tabla 1: Términos para el Error de posición y Error Anterior

Termino Lingüístico	Distancia	Voltaje medido en el sensor
NG	30 cm	1.87 volts
NP	23 cm	0.76 volts
C	20 cm	0.55 volts
PP	17 cm	0.38 volts
PG	10 cm	0.15 volts

Los términos presentados en la tabla representan funciones de pertenencias triangulares con centro en el valor de distancia mostrado. Para la salida o acción de control se propone un conjunto más grande de términos.

Tabla 2: Términos lingüísticos para la Variable de Salida

Termino Lingüístico	Angulo	Nombre
NG	-60	Negativo Grande
NM	-35	Negativo Mediano
NP	-10	Negativo Pequeño
C	0	Cero
PP	10	Positivo Pequeño
PM	35	Positivo Mediano
PG	60	Positivo Grande

La inferencia del sistema se propone en función de la experiencia tal como se presenta en la figura 6, aquí se reflejan casos simples como: error negativo grande “NG” una acción grande positiva “PG”.

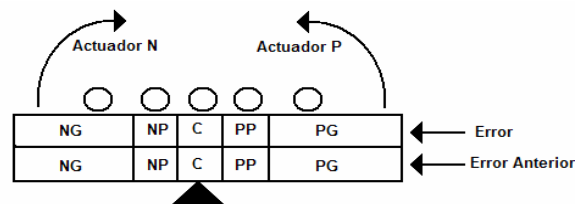


Fig 6: Propuesta para la inferencia.

Con esta propuesta se construye una tabla de relación para los términos lingüísticos de la entrada y salida, que es la base para la construcción del set de reglas a programar en el microcontrolador.

Error Error_a		NG	NP	C	PP	PG
		NG	NP	C	PP	PG
NG		NG	NP	PP	PM	PG
NP		NG	NM	PP	PM	PG
C		NG	NM	C	PM	PG
PP		NG	NM	NP	PM	PG
PG		NG	NM	NP	PP	PG

Fig 7: Matriz de reglas.

3.1 Estabilidad

Una propiedad esencial a determinar en los sistemas lazo cerrado planta – controlador, es la estabilidad. En este caso y por tratarse de un sistema de control difuso aplicamos un criterio propuesto por Mamdani, el cual analiza el controlador demostrando que las trayectorias del mismo convergen.

Estabilidad en la energía de la Relación Difusa del controlador: La ecuación básica de un sistema difuso tiene la forma:

$$X_{K+1} = X_K \circ U_K \circ R \quad K = 0,1,2,3,\dots \quad (5)$$

Donde X_K y X_{K+1} son los conjuntos difusos de los estados K -ésimo y $(K+1)$ -ésimo instante respectivamente, U_K es la entrada en el instante K , y R es la relación difusa entre la entrada y la salida.

Un sistema dinámico libre es realizado con una entrada cero (sistema autónomo), tendiendo entonces:

$$X_{K+1} = X_K \circ P, \quad (6)$$

donde $P = U_K \circ R$ para $U_K = \text{cero}$ para $k = 0,1,2,3, \dots$

Entonces, un sistema de este tipo está en estado de equilibrio si $X_{K+1} = X_K$ para todo K .

Un sistema es estable si su energía total es mínima y constante. El sistema es inestable si la energía se incrementa con el tiempo, y oscilatoria si esta fluctúa periódicamente.

Se define la energía de una relación difusa P como

$$E(P) = \frac{1}{n \cdot m} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m w(x_i, y_j) \cdot f(\mu_p(x_i, y_j)) . \quad (7)$$

Así, el rango de incremento de energía cambia constantemente

$$\Delta E(P, i) = E(P^i) - E(P^{i-1}) , \quad (8)$$

donde $P^i = P \circ P \circ P \dots P$ son las veces que se aplica la composición *max-min a la relación difusa P*.

El algoritmo de estabilidad en la energía (ESA), tiene los siguientes estados:

Si $\Delta E(P, i) \leq 0$ cuando $i \rightarrow \infty$, entonces el sistema es estable.

Si $\Delta E(P, i) > 0$ cuando $i \rightarrow \infty$, entonces el sistema es inestable.

Si $|\Delta E(P, i)| = |\Delta E(P, i + \tau)|$, cuando $i \rightarrow \infty$, entonces el sistema es oscilatorio con frecuencia $1/\tau$.

En nuestro caso la relación de la entrada y la salida del controlador:

P=

1000	660	620	620	620
620	760	580	620	620
620	760	620	480	620
620	620	660	480	620
620	620	620	580	240

P2=

1000	660	620	620	620
620	760	620	620	620
620	760	620	620	620
620	660	620	620	620
620	620	620	620	620

P3=

1000	660	620	620	620
620	760	620	620	620
620	760	620	620	620
620	660	620	620	620
620	620	620	620	620

Se aprecia que $P^2 = P^3$ y por obviedad será igual para P^n , por lo que se determina de igual forma que $E(P^i) - E(P^{i-1}) = 0$, sin necesidad de calcular la energía y por tanto $\Delta E(P, i) = 0$ cuando $i \rightarrow \infty$, entonces la relación difusa es estable.

3.2 Modelado y simulación

Se presenta la simulación del sistema BALL&BEAM junto a su controlador difuso, para esto se empleo SIMULINK y el FIS EDITOR de MATLAB ver 6.5. Cuando se trabaja con sistemas de control difuso no es necesario conocer la dinámica en específico del sistema a controlar, por lo cual los coeficientes del sistema modelado en la simulación no corresponden a los valores del sistema real.

Con el editor de sistemas difusos (FIS EDITOR) se plantea un sistema con una base de reglas (figura 8) tal como se plantea en la matriz de la figura 7.

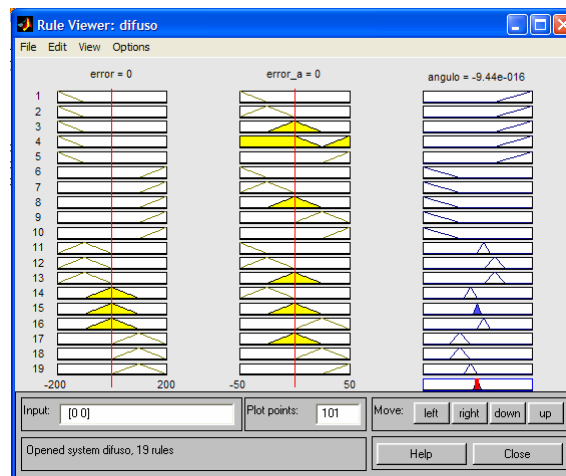


Fig 8: Visor de Reglas del FIS EDITOR de MATLAB 6.5.

En SIMULINK se dibuja el diagrama general de sistema en lazo cerrado tal como se muestra en la figura 9.

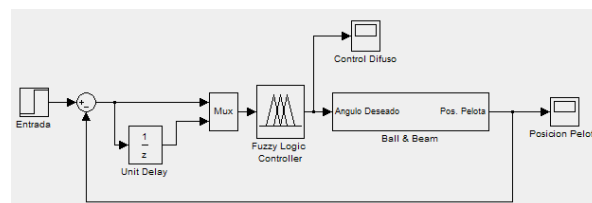


Fig 9: Diagrama en SIMULINK.

Los resultados de la simulación muestran que el controlador difuso efectivamente controla el sistema BALL&BEAM.



Fig 10: Respuesta del sistema vs entrada.

4. Resultados experimentales

Con el sistema construido se realizo una batería de cuatro pruebas para diferentes setpoint (18cm a 22cm, en paso de 1cm), considerando que la bola se encuentra en una posición inicial = 0cm (extremo de la viga), a continuación se muestran los resultados obtenidos del experimento físico:

Tabla 3.2: Resultados finales del sistema.

Setpoint (cm)	P1	P2	P3	P4
18	18.3	19.1	18.7	18.3
19	19.3	19.3	19.2	19.5
20	20.1	19.8	20.2	20.1
21	21.4	21.4	21.2	21.5
22	22.7	22.6	22.6	22.5

Conforme el sistema se aleja un poco del centro de la barra ubicado a 20cm (centro de la variable lingüística C) el sistema empieza a tener mayores error, aunque aun así las variaciones son pequeñas y de las pruebas que se hicieron hubo respuestas muy cercanas al setpoint, el error máximo registrado en las pruebas fue de 1.1 cm o 2.75%.

5. Conclusiones

Para el diseño de las reglas del control difuso se probó el sistema de forma manual y se trató de equilibrar la bola, a partir de lo cual se concluyó que cuando la bola estaba muy cerca del punto deseado, había que dar un ángulo pequeño, para solo mover la bola un poco, pero debido a que la bola estaba prácticamente frenada, un ángulo demasiado pequeño no la movía y uno algo grande la movía demasiado, esto

para romper la inercia de la bola, así que inferimos que cuando la bola cae en la vecindad de 1 cm del setpoint, o la bola esta prácticamente frenada, es difícil aproximar al error cero, pues es difícil romper nuevamente la inercia para corregir el error, por las características dinámicas de la bola.

Esta información experimental de primera mano sirvió como base para el ajuste de los valores de los términos lingüísticos asociados a la entrada y salida del sistema difuso y planteo la necesidad de la inclusión de un estado anterior del error.

Durante el desarrollo del software para el control difuso, se desarrollo en lenguaje C para microcontroladores PIC de la familia 16F, lo cual es importante, pues estos microcontroladores no cuentan con instrucciones tipo MAC y que se tienen que emular; esto al momento de programar la parte difusa que en esencia son sumas y multiplicaciones (operaciones MAC) implica un tiempo de ejecución muy grande. Esto se resolvió precalculando algunas operaciones de constantes y cargando su valor como una constante para el programa. Con esto se demostró que un software bien estructurado es capaz de ejecutar su tarea bajo las especificaciones de tiempo para la aplicación en cuestión.

El resultado de la demostración de la estabilidad del sistema de control difuso y la simulación son resultados complementarios que dan el formalismo requerido al trabajo en su conjunto.

Referencias

1. J. Gómez Galindo “*Conjuntos y sistemas difusos*” Departamento de lenguajes y ciencias de la computación, Universidad de Málaga, España, Apuntes de curso de informática. www.uma.es visitado en agosto de 2006.
2. Timothy J. Ross “*Fuzzy logic with Engineering Applications*” McGraw Hill 1998. segunda edición
3. Giarratano Joseph, “*Sistemas expertos Principios y programación*” Ciencias Thomson 1999. segunda edición.
4. Kart Johan Astrom, et al “*Adaptive Control*”, Addison-wesley 1989. primera edición.
5. Ahmad M. Ibrahim “*Introduction to Applied Fuzzy Electronics*” Prentice Hall, 1997. tercera edición.
6. José M. Angulo “*Microcontroladores diseño y aplicaciones*” Mc Graw Hill, 2002, segunda edición.