# Simulación de un Mecanismo Paralelo 6-RSS.

J. R. Mendoza-Vázquez<sup>1</sup>, Leopoldo Altamirano<sup>2</sup>, Irma-Delia Rojas Cuevas<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Depto. de Ing. Eléctrica y Electrónica, <sup>3</sup>Depto. de Sistemas y computación, Instituto Tecnológico de Puebla, Av. Tecnológico No. 420 Col. Maravillas, Puebla, Puebla, México. <sup>2</sup>Coordinación de Ciencias Computacionales, INAOE Luis Enrique Erro No. 1. Sta. Ma. Tonantzintla, Cholula, Puebla jrmendoza@inaoep.mx

**Resumen**—En este trabajo, se presenta la simulación cinemática y dinámica de un mecanismo paralelo. El mecanismo tiene una configuración mecánica de seis piernas con cadena cinemática del tipo rotacional-esférica-esférica (6-RSS). Las piernas conectan a la base y plataforma permitiendo colocar diversos objetos de prueba. Para el caso del modelado dinámico se emplea la metodología del trabajo virtual. En el documento, se presentan la cinemática y el simulador respectivo construido para el estudio de sus características de movimiento. Finalmente, se presentan las graficas respectivas del comportamiento del mecanismo obtenidas en Matlab y Simulink.

Palabras Clave – cinemática, dinámica, simulación

**Abstract.** — In this paper, the kinematic and dynamic modeling of a parallel mechanism is presented. The mechanism has a mechanical configuration of six legs with kinematics chain type rotational-spherical-spherical (6-RSS). The legs connect to the base and platform allows placing various objects of test, direct kinematic problem a mathematical solution is provided. In the case of the dynamic modeling, the methodology of virtual work is used. In the paper, the kinematics and its simulator for the study of their characteristics of movement is presented. Finally graphics of behavior of the mechanism in Matlab and Simulink are presented.

Keywords — kinematics, dynamics, simulation, modeling.

## 1 Introducción

Los mecanismos paralelos o robots paralelos son sistemas compuestos por varios cuerpos. Generalmente, este tipo de sistemas presenta una alta complejidad para su modelado cinemática y dinámico. [1][2]. En el caso del modelado cinemática existen diversos métodos para el análisis por ejemplo métodos geométricos [3] y por ecuaciones de restricciones [4], en el caso del mecanismo analizado se emplean métodos geométricos. El modelado dinámico es complicado debido a la existencia de múltiples cadenas cinemáticas cerradas [5]. En el caso del modelado dinámico es esencial para el diseño de controladores adecuados. Por que en general, el desempeño

dinámico y control de un manipulador depende directamente de la eficiencia de los algoritmos de control y del modelo dinámico del robot. De ahí la importancia de estudiar la dinámica del mecanismo paralelo ya que el problema de control consiste básicamente en obtener el modelo dinámico del sistema físico y entonces especificar las leyes de control correspondientes o las estrategias para mejorar la respuesta y desempeño deseado para el sistema [6].

Diferentes técnicas para el modelado de este tipo de mecanismos se pueden encontrar en la literatura: Merlet ha presentado varias metodologías, basadas en el espacio de trabajo para una geometría en particular [7], se ha aplicado metodología basada en mecanismos redundantes y no redundantes [8][9] se han empleado la metodología de Lagrange-Euler[10][11], las ecuaciones de Gibbs Appel [12] y el Método de trabajo virtual [13][14][15] entre los más destacables. Uno de los métodos que ha mostrado tener mejores resultados para el modelado dinámico es el método del trabajo virtual, el cual es aplicado en el mecanismo objeto de análisis para obtener su modelo dinámico a fin de disponer de medios para el estudio de sus modos de control [16][17][18][19][20]

## 2. Descripción del mecanismo.

El mecanismo paralelo objeto de análisis se muestra en la figura 1. El mecanismo consta de una base definida por un hexágono irregular y una plataforma semejante que conecta cada uno de sus seis vértices con los de la base mediante seis piernas con cadena cinemática del tipo rotacional, esférica, esférica (RSS).



Fig. 1. Robot Paralelo de seis grados de libertad y estructura RSS

Las piernas tienen dos eslabones: uno de entrada y otro de acoplamiento, siendo sus longitudes referidas como P y L, respectivamente. Estos eslabones se encuentran arreglados en una estructura RSS; es decir, que entre ellos y con la plataforma la conexión se realiza mediante articulaciones esféricas (S), mientras que la articulación que interconecta con la base es rotacional (R), siendo su variable articular asociada ( $\theta$ i) manejada mediante la flecha de un motor y referida como el ángulo del actuador.

### 3. Geometría del robot paralelo.

#### 3.1 Base

La forma hexagonal que define la base se encuentra descrita mediante dos magnitudes correspondientes al tamaño de una arista mayor (*b*) y una arista menor (*d*). Si el origen de un sistema coordenado unido a la base se localiza en dicho centroide, mediante geometría y trigonometría se puede demostrar que los correspondientes vértices ( $\mathbf{B}_i$ ) se ubican en función de *b* y *d* según la Fig. 2.



Fig. 2. Ubicación de los seis vértices del hexágono de la base

## 3.2. Plataforma

La plataforma es semejante a la base. Para este hexágono se denota la magnitud de la arista mayor como a y la de la arista menor como c. De esta manera, los correspondientes vértices se ubican en función de a y c según la Fig. 3.



Fig. 3. Ubicación de los seis vértices del hexágono de la plataforma

## 4. Modelado Cinemático.

Para el modelado cinemático del mecanismo se emplean métodos geométricos, como una solución al sistema objeto de análisis. Se inicia con un modelo simplificado que permita una primera aproximación a la abstracción del problema, donde es posible ubicar el vértice de la base, al cual está unido un extremo del



eslabón de entrada *P* en el origen (**B**<sub>i</sub>) de un sistema de coordenadas  $\{A_i\}$ , como se muestra en la Fig. 4.

Fig. 4. Sistema de coordenadas  $\{A_i\}$ , para cada pierna del robot

En dicha figura se muestra cada vértice  $\mathbf{T}_i$  de la plataforma, al cual se encuentra unido el eslabón de acoplamiento *L*. La distancia entre este último punto y el origen  $\mathbf{B}_i$  de  $\{A_i\}$  se denomina como  $W_i$ . Así mismo, en dicha figura además se define  $\mathbf{Q}_i$ , el cual representa el punto de unión entre los eslabones *P* y *L*. En este caso, el sistema coordenado de la base se toma como el sistema coordenado de referencia para el robot y se denota como  $\{U\}$ .

Sólo tres puntos se encuentran involucrados, formando las tres líneas P, L y  $W_i$  un triángulo; El triángulo **B**<sub>i</sub>**Q**<sub>i</sub>**T**<sub>i</sub> es un triángulo no rectángulo, por lo que para relacionar sus lados y ángulos se usa la ley de cosenos junto con la definición del ángulo  $\varphi_i$ ,. Dicho ángulo puede obtenerse de la definición de producto punto. Para ello se definen los vectores **P**<sub>i</sub> y **L**<sub>i</sub> tal que ambos partan de **Q**<sub>i</sub>. Así, es posible calcular  $W_i$  mediante la siguiente expresión:

$$W_i = \sqrt{P^2 + L^2 - 2(\mathbf{P_i} \cdot \mathbf{L_i})} \tag{1}$$

Cada sistema coordenado  $\{A_i\}$  se encuentra localizado o referido respecto a  $\{U\}$  como se muestra en la Fig. 5.



Fig. 5. Sistemas de coordenadas  $\{A_i\}$  trasladados a los vértices de la base

Los vectores de interés Q y P, quedan definidos como se muestra en (2), (3) y (4)

$$\mathbf{Q}_{i} = \begin{bmatrix} -P\sin\theta_{i}\sin\sigma_{i} + B_{ix} \\ P\sin\theta_{i}\cos\sigma_{i} + B_{iy} \\ -P\cos\theta_{i} \end{bmatrix}$$
(2)

$$\mathbf{P}_{i} = \mathbf{B}_{i} - \mathbf{Q}_{i} = \begin{bmatrix} P \sin \theta_{i} \sin \sigma_{i} \\ -P \sin \theta_{i} \cos \sigma_{i} \\ P \cos \theta_{i} \end{bmatrix}$$
(3)

$$\mathbf{L}_{i} = \mathbf{T}_{i} - \mathbf{Q}_{i} = \begin{bmatrix} X_{\tau_{i}} + P \sin \theta_{i} \sin \sigma_{i} - r_{xi} \\ Y_{\tau_{i}} - P \sin \theta_{i} \cos \sigma_{i} - r_{yi} \\ Z_{\tau_{i}} + P \cos \theta_{i} \end{bmatrix}$$
(4)

Finalmente se despeja la variable articular  $\theta_i$ , obteniéndose dos soluciones válidas para cada localización de la plataforma (5):

$$\theta_{i} = \pm \cos^{-1} \left( \frac{C_{i}}{\sqrt{A_{i}^{2} + B_{i}^{2}}} \right) + \tan^{-1} \frac{A_{i}}{B_{i}}$$
(5)

Para el caso de la cinemática directa se tienen las siguientes ecuaciones (6):

$$L^{2} = (T_{ix} + P \sin \theta_{i} \sin \sigma_{i} - B_{ix})^{2} + (T_{iy} - P \sin \theta_{i} \cos \sigma_{i} - B_{iy})^{2} + (T_{iz} + P \cos \theta_{i})^{2}$$
(6)

Al escribir la ecuación (6) para cada una de las seis piernas se forma un sistema de ecuaciones no lineales  $\delta x \delta$  pues **T**<sub>i</sub> está referido a la posición y orientación de la plataforma; es decir, hay seis incógnitas:  $p_x$ ,  $p_y$ ,  $p_z$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . Dicho sistema de ecuaciones no lineales no posee una solución cerrada y sólo se puede resolver por métodos numéricos, en este caso se aplicó el de Newton-Raphson multivariable.

#### 4.1 Simulador Cinemático.

Con las ecuaciones obtenidos en 1 a 6 se desarrolló un simulador en 3D del robot basado en la plataforma Java® en conjunto con OpenGL®, esto con la finalidad de validar los resultados obtenidos para el modelado cinemático. Adicionalmente se desarrollo el control en forma cinemática por medio de un Joystick. Este simulador permite la localización de la plataforma en sentido directo e inverso y obtiene una representación gráfica de un volumen tridimensional translúcido para cada orientación de la plataforma que representa el espacio de trabajo. Ver fig. 6.



Fig. 6. Interfaz visual del simulador

En la Fig. 7 se muestra la simulación de la cinemática generada a partir de la orientación base ( $\alpha = \beta = \gamma = 0^\circ$ ) para dos posiciones del robot.



Fig. 7. Cinemática y espacio de trabajo

#### 5. Modelado Dinámico.

Para el caso del modelado dinámico, se emplea el principio del trabajo virtual. En el caso del mecanismo, el principio del trabajo virtual se expresa en la ecuación 7

$$-\left(\sum_{i} \mathbf{J}_{i}^{\mathrm{T}} \left(\mathbf{F}_{i} - \mathbf{F}_{i}^{*}\right) + \left(\mathbf{F}_{p} - \mathbf{F}_{p}^{*}\right)\right) = \mathbf{J}_{f}^{\mathrm{T}} \mathbf{Q}$$

$$\tag{7}$$

Para aplicar la formulación de este principio al mecanismo analizado, se consideran vectores llave para cada eslabón de entrada y de acoplamiento, así como para la plataforma, denotados como FPi, FLi y FTop, respectivamente. También se consideran los correspondientes vectores llave inerciales FPi\*, FLi\* y FTop\*. JPi y JLi son las Jacobianas que relacionan a los eslabones de entrada y de acoplamiento con la plataforma, mientras que Jf es la que relaciona las variables articulares activas con dicha plataforma. La entrada aplicada al sistema corresponde a seis torques, ejercidos sobre dichas variables articulares activas mediante el correspondiente actuador. Estas torques se arreglan en un vector denominado como  $\tau$ , el cual se muestra en (8)

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_1 & \tau_2 & \tau_3 & \tau_4 & \tau_5 & \tau_6 \end{bmatrix}^T \tag{8}$$

Para el acaso analizado aplicando el principio del trabajo virtual aplicado al mecanismo queda expresado en (9):

$$-\left(\sum_{i=1}^{6} \mathbf{J}_{\mathbf{P}_{i}}^{\mathbf{T}} \left(\mathbf{F}_{\mathbf{P}_{i}} - \mathbf{F}_{\mathbf{P}_{i}}^{*}\right) + \sum_{i=1}^{6} \mathbf{J}_{\mathbf{L}i}^{\mathbf{T}} \left(\mathbf{F}_{\mathbf{L}i} - \mathbf{F}_{\mathbf{L}i}^{*}\right) + \left(\mathbf{F}_{\mathbf{Top}} - \mathbf{F}_{\mathbf{Top}}^{*}\right)\right) = \mathbf{J}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{T}} \boldsymbol{\tau}$$

$$\tag{9}$$

Los vectores llave para los eslabones de entrada y de acoplamiento consideran la fuerza de gravedad como única fuerza generalizada externa, actuando sobre ellos. Estos se muestran en (10-12). Sin embargo, el vector llave correspondiente a la plataforma además de considerar dicha fuerza de gravedad también considera una fuerza *fe* y momento de par netos que representan la carga soportada por el robot. Así:

$$\mathbf{F}_{\mathbf{Pi}(6\times 1)} = \begin{bmatrix} m_P \mathbf{g}_{(3\times 1)} \\ \mathbf{0}_{(3\times 1)} \end{bmatrix}$$
(10)

$$\mathbf{F}_{\mathbf{Li}(6x1)} = \begin{bmatrix} m_L \mathbf{g}_{(3x1)} \\ \mathbf{0}_{(3x1)} \end{bmatrix}$$
(11)

$$\mathbf{F}_{\text{Top}(6x1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{e(3\times1)} + m_{Top} \mathbf{g}_{(3\times1)} \\ \mathbf{n}_{e(3\times1)} \end{bmatrix}$$
 12)

Los vectores llave inerciales se definen de acuerdo a la ecuaciones de movimiento de Newton y de Euler (13-15)

$$\mathbf{F}_{\mathbf{Pi}(6x1)}^{*} = \begin{bmatrix} m_{P} \mathbf{a}_{\mathbf{Pi}(3x1)} \\ \mathbf{U} \mathbf{I}_{\mathbf{Pi}(3x3)} \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{Pi}(3x1)} + \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{Pi}(3x1)} \times \left( \mathbf{U} \mathbf{I}_{\mathbf{Pi}(3x3)} \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{Pi}(3x1)} \right) \end{bmatrix}$$
(13)

$$\mathbf{F}_{\mathbf{Li}(5x1)}^{*} = \begin{bmatrix} m_{L} \mathbf{a}_{\mathbf{Li}(3x1)} \\ U \mathbf{I}_{\mathbf{Li}(3x3)} \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{Li}(3x1)} + \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{Li}(3x1)} \times \begin{pmatrix} U \mathbf{I}_{\mathbf{Li}(3x3)} \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{Li}(3x1)} \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$
(14)

$$\mathbf{F}_{\mathbf{Top}(5\mathbf{x}1)}^{*} = \begin{bmatrix} m_{Top} \mathbf{a}_{\mathbf{Top}(3\mathbf{x})} \\ \mathbf{U}_{\mathbf{U}} \mathbf{I}_{\mathbf{Top}(3\mathbf{x})} \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{Top}(3\mathbf{x})} + \mathbf{\Omega}_{\mathbf{Top}(3\mathbf{x})} \\ \mathbf{V}_{\mathbf{U}}^{U} \mathbf{I}_{\mathbf{Top}(3\mathbf{x})} \mathbf{\Omega}_{\mathbf{Top}(3\mathbf{x})} \end{pmatrix}$$
(15)

Donde I representas los tensores de inercia referidos al marco de referencia inercial {U}.  $\Omega$  y  $\varepsilon$  se usan para denotar la velocidad angular y la aceleración angular de la plataforma, las cuales son de interés principal para el modelo, mientras que los símbolos  $\omega$  y  $\alpha$  se usan para denotar las velocidades angulares y las aceleraciones angulares en los demás eslabones.

## 5.1. Dinámica del Mecanismo en Espacio de Estados.

La ecuación que representa la estructura general del modelo dinámico para un mecanismo, se puede expresar como (16)

$$\mathbf{M}_{(6\times6)}\begin{bmatrix}\mathbf{a}_{\mathbf{Top}(3\times1)}\\\mathbf{\varepsilon}_{\mathbf{Top}(3\times1)}\end{bmatrix} + \mathbf{V}_{(6\times1)} + \mathbf{G}_{(6\times1)} + \mathbf{E}_{(6\times1)} = \mathbf{Q}_{(6\times1)}$$
(16)

Donde cada uno de los términos tiene los siguientes componentes definidos como se indica a continuación:

$$\mathbf{M}_{(6:d)} = \begin{pmatrix} \overset{6}{\underset{i=1}{\sum}} \mathbf{J}_{\mathbf{F}_{i}}^{\mathbf{T}_{i}} \begin{bmatrix} m_{p} \mathbf{a}_{\mathbf{P}(3:d)}^{\mathbf{a}} \\ \mathbf{I}_{\mathbf{F}_{i}}(\mathbf{y}_{i}) \mathbf{u}_{\mathbf{P}_{i}(3:d)}^{\mathbf{a}} \end{bmatrix} + \overset{6}{\underset{i=1}{\sum}} \mathbf{J}_{\mathbf{I}_{i}}^{\mathbf{T}_{i}} \begin{bmatrix} m_{i} \mathbf{a}_{\mathbf{L}_{i}(3:d)}^{\mathbf{a}} \\ \mathbf{U}_{\mathbf{L}_{i}(3:d)} \mathbf{u}_{\mathbf{L}_{i}(3:d)}^{\mathbf{a}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{t_{i}} \mathbf{g}_{i} \\ \mathbf{0}_{(3:d)} & \mathbf{U}_{\mathbf{I}_{i}} \\ \mathbf{0}_{(3:d)} & \mathbf{U}_{\mathbf{I}_{i}} \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$
(17)

$$\mathbf{V}_{(6st)} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{3} \mathbf{P}_{\mathbf{i}} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \mathbf{I}_{\mathbf{P}_{\mathbf{i}}(3s3)} \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{P}_{\mathbf{i}}(3s1)}^{\mathbf{v}} + \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{P}_{\mathbf{i}}(3s1)} \times \left( \mathbf{U} \mathbf{I}_{\mathbf{P}_{\mathbf{i}}(3s3)} \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{P}_{\mathbf{i}}(3s1)} \right) \end{bmatrix}^{T} \\ = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{6} \mathbf{J}_{\mathbf{L}\mathbf{i}}^{T} \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{L} \mathbf{a}_{\mathbf{L}(3s1)}^{\mathbf{v}} + \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{L}(3s1)} \times \left( \mathbf{U} \mathbf{I}_{\mathbf{L}(3s3)} \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{L}(3s1)} \right) \end{bmatrix}^{T} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(3s1)} \end{bmatrix}^{T} \end{bmatrix}$$
(18)

$$\left| \left[ \boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{Top}(3\times 1)} \times \left( \mathbf{v}_{\mathbf{Top}(3\times 3)}^{(3\times 1)} \boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{Top}(3\times 3)} \right) \right] \right|$$

$$\mathbf{G}_{(6\times 1)} = -\left( \sum_{i=1}^{6} \mathbf{J}_{\mathbf{Pi}}^{\mathsf{T}} \begin{bmatrix} m_{P} \mathbf{g}_{(3\times 1)} \\ \mathbf{0}_{(3\times 1)} \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^{6} \mathbf{J}_{\mathbf{Li}}^{\mathsf{T}} \begin{bmatrix} m_{L} \mathbf{g}_{(3\times 1)} \\ \mathbf{0}_{(3\times 1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{Top} \mathbf{g}_{(3\times 1)} \\ \mathbf{0}_{(3\times 1)} \end{bmatrix} \right)$$

$$(19)$$

$$\mathbf{E}_{(6\times1)} = -\begin{bmatrix} \mathbf{f}_{\mathbf{e}(3\times1)} \\ \mathbf{n}_{\mathbf{e}(3\times1)} \end{bmatrix}$$
(20)

El último coeficiente Q expresa los efectos de los momentos de par o torques actuando sobre las articulaciones activas. Estos se reflejan sobre la plataforma en la

forma de fuerzas generalizadas aplicadas como entradas al sistema. Para resolver la dinámica inversa se despeja el vector  $\tau$  quedando de la siguiente forma (22):

$$\mathbf{J}_{\mathbf{f}(6\times6)}^{\mathbf{T}} \mathbf{\tau}_{(6\times1)} = \mathbf{M}_{(6\times6)} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\mathsf{Top}(3\times1)} \\ \mathbf{\epsilon}_{\mathsf{Top}(3\times1)} \end{bmatrix} + \mathbf{V}_{(6\times1)} + \mathbf{G}_{(6\times1)} + \mathbf{E}_{(6\times1)}$$
$$\mathbf{\tau}_{(6\times1)} = \left(\mathbf{J}_{\mathbf{f}(6\times6)}^{\mathbf{T}}\right)^{-1} \left(\mathbf{M}_{(6\times6)} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\mathsf{Top}(3\times1)} \\ \mathbf{\epsilon}_{\mathsf{Top}(3\times1)} \end{bmatrix} + \mathbf{V}_{(6\times1)} + \mathbf{G}_{(6\times1)} + \mathbf{E}_{(6\times1)} \right)$$
(22)

Para resolver la dinámica directa se despeja el vector de aceleraciones lineales y angulares, quedando como (23):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\mathbf{Top}(3\times 1)} \\ \mathbf{\epsilon}_{\mathbf{Top}(3\times 1)} \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{(6\times 6)}^{-1} \left( \mathbf{Q}_{(6\times 1)} - \mathbf{V}_{(6\times 1)} - \mathbf{G}_{(6\times 1)} - \mathbf{E}_{(6\times 1)} \right)$$
(23)

#### 4.1 Simulador Dinámico.

Con las ecuaciones obtenidas en (16) a (23) se desarrolla un simulador en el ambiente MatLab para verificar el comportamiento dinámico del mecanismo. Para este caso no existe una solución analítica y se debe resolver empleando métodos numéricos. Los métodos numéricos empleados están disponibles en el ambiente de simulación de MatLab. A continuación se muestran los resultados de la simulación del mecanismo. En la figura 8, se muestra el simulador para el mecanismo de 6 GDL tipo RSS.



Fig. 8. Simulador dinámico para el mecanismo de 6 GDL tipo 6RSS

En las figuras 9 a 12 se muestran los resultados del modelado dinámico y su simulación en Matlab para diferentes movimientos representativos. En la figuras 9 a 11 se muestra el movimiento y los resultados de simulación para el movimiento a lo largo del eje z, en donde se remarca que para las posiciones x,y,z, solo existe movimiento en z; en la figura 12 se muestran los torques resultantes para desarrollar el movimiento.



**Fig. 9.** Posición (px, py,pz), velocidad (vx,vy,vz), aceleración (ax,ay,az) para movimiento en el eje Z del mecanismo. Tambien se indican los ángulos obtenidos para los ángulos alfa, beta y gamma, así como sus velocidades vel alfa, vel beta, vel gamma y aceleraciones acel alfa, acel beta , acel gamma. Nótese que como el movimiento solo es horizontal no existe cambio en los ángulos de posición de la plataforma.



Fig. 10. Torques resultantes para la demostración de movimiento en Z (cada uno de los torques indicados corresponde a la n-ésima pierna)

En la figura 11 se muestra el movimiento y los resultados de simulación para el movimiento con respecto al ángulo  $\gamma$ ; en la figura 12 se muestran los torques resultantes para este movimiento



**Fig. 11.** Posición (px, py,pz), velocidad (vx,vy,vz), aceleración (ax,ay,az) para movimiento en el ángulo  $\gamma$  del mecanismo. También se indican los ángulos obtenidos para los ángulos alfa, beta y gamma, así como sus velocidades vel alfa, vel beta, vel gamma y aceleraciones acel alfa, acel beta , acel gamma. Nótese que como el movimiento solo se encuentra en el ángulo  $\gamma$  y no existe cambio en los otros ángulos de posición de la plataforma.



Fig. 12. Torques resultantes para el movimiento en y

# Conclusiones

La para la localización de una posición en el espacio, se emplea la cinemática directa e inversa.

Se desarrollo la simulación cinemática directa e inversa de un mecanismo paralelo tipo RSS de 6 GDL.

Se desarrollo la simulación dinámica del mecanismo tipo 6RSS de 6 GDL aplicando la metodología de trabajo virtual. El modelo dinámico obtenido permite incorporar los efectos reales del sistema para que se aproxime al dispositivo real.

Para resolver el modelo dinámico se emplearon métodos numéricos y rutinas desarrolladas en MatLab. Se simuló el modelo en ambiente de MatLab, corroborando el comportamiento del mecanismo así como sus características mecánicas y dinámicas.

Para el caso de los modelos cinemático y dinámico se validaron los modelos en el sistema físico que se encuentra en el laboratorio de visión por computadora de la Coordinación de Ciencias computacionales.

## Referencias

- [1] Tsai L.W. Robot analysis John Wiley and Sons Inc. N.Y. 1999. ISBN 0-471-32593-7
- [2] Merlet, Jean Pierre. Parallel Robots. Kluwer Academic Publisers. 2000. ISBN 1-4020-0385-4
- [3] Merlet J.P. Parallel robots. Springer 2006. ISBN 1-4020-4132-2
- [4] Kovecses J, Piedboeuf, Lange C. Methodos for dynamics models of parallel robots and mechanism. Future research directions for parallel mechanism and manipulators. Quebec Canada 2002 ISBN (en tramite)
- [5] Gosselin C. M. y Carretero J. A. "Kinematic analysis of a three-DOF parallel mechanism for telescope application". ASME. Design Engineering Technical Conference and Computers in Engineering Conference. USA. 1997. ISBN 079181243X
- [6] Merlet J.P. A generic trayectory verifier for the motion planning of parallel robots. Transactions of the ASME. 2001. ISBN 0791835316
- [7] Y. Nakamura y M. Ghodoussi. Dynamics computation of close-link robot Mechanisms with Nonreduntant and Redundant Actuators. IEEE Transaction on Robotics and Automation. 1989. ISSN: 1042-296X
- [8] H Cheng, Y.K. Yiu. Dymanicas and control for redundantly actuated parallel manipulators . IEEE/ASME Transaction on mechatronics 2003. ISSN: 1083-4435
- [9] Mendoza V. Rafael Escudero U. A, Fernandez M. Raul. Simplified analytical dynamic model for a parallel prosthetic elbow. IEEE EMBS Annual International Conference 2007. ISBN 978-1-4244-2883-0
- [10] Selling J. M. Geometric Fundamentals of robotics Springer 2005. ISBN-10: 0387208747
- [11] Diaz Miguel et al. Dinámica directa de robots paralelos utilizando las ecuaciones de Gibbs-Appell. Información Tecnologica Vol 18 No. 4. 2007. ISSN 0718-0764
- [12] Kovecses J, Piedboeuf, Lange C. Dynamics modeling and simulation of constrained robots systems. IEEE ASME Transaction on mechatronics Vol. 8 No. 2. 2003 ISSN: 1083-4435
- [13] Sandia Report. Some approaches for modeling and analysis of a parallel mechanism with Stewart platform architecture. 1998 ISBN (en tramite)
- [14] Ollero B. Aníbal. robótica manipuladores y robots móviles. Alfaomega-Marcombo. 2001. ISBN: 84-267-1313-0.
- [15] Vidyasagar M. & Spong M. "Robot Dynamics and Control" John Wiley & Sons, 1989. ISBN-10: 047161243X
- [16] Sciavicco L. & B. Siciliano B. "Modeling and control of robot manipulators" Springer, 2005 ISBN 1610-7438
- [17] Gallardo J, et al. Dynamics of parallel manipulators by means of screw theory. Mechanism and machine theory. Elsevier 2003. ISSN 1017–4656
- [18] Cheng H. & Yui-Kuen Y. "Dynamics and control of redundantly actuated parallel manipulators" IEEE/ASME Transactions on mechatronics December 2003. ISSN 1083-4435.
- [19] Nakamura Y. & M. Ghodoussi. "Dynamics computation of closed-link robot mechanisms with nonredundant and redundant actuators". Robotics and Automation, IEEE Transactions on, 1989. ISSN: 1042-296X